max. 40p

ZELFTOETS vwo4 wisC hoofdstuk 5: Verhoudingen

Licht elk antwoord voldoende toe. Succes!

Opgave 1: De pot verdelen

Luca Pacioli (1445 - 1517) was een Italiaanse Franciscaner monnik en wiskundige. Een van zijn bekendste boeken is de 'Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita' (1494). Een bekend vraagstuk uit de tijd van Pacioli had te maken met het feit dat kooplieden vaak tijdens pauzes in onderhandelingen de tijd doodden door een spel te spelen. Dergelijke spelen werden afgebroken als de partijen tot overeenstemming waren gekomen. Maar hoe moest je dan eerlijk de 'pot' verdelen? Een voorbeeld van zo'n besproken probleem in zijn 'Summa':

> Twee spelers spelen een spel om punten. Ze hebben beide een even grote kans om een punt te scoren. De speler die als eerste 6 punten gescoord heeft, wint de pot van 60 dukaten. Het spel moet door omstandigheden bij de stand 5-3 worden gestaakt. Er wordt besloten de pot te verdelen.

Pacioli bedacht in zijn 'Summa...' dat de pot moest worden verdeeld in de verhouding 5 : 3 (de stand bij afbreken).

2p **1** Hoeveel dukaten krijgt dan elke speler als je het zo eerlijk mogelijk verdeeld?

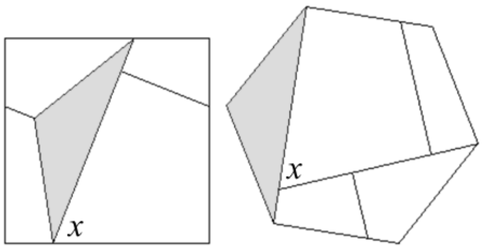
Zijn collega Cardano vond dat je rekening moest houden met de nog te scoren punten.

3p **2** In welke verhouding moet je het dan verdelen en hoeveel krijgt dan elke speler?

In die tijd konden de wiskundigen geen bevredigende oplossing verzinnen. Dat gebeurde pas veel later in een briefwisseling (rond 1650 – 1660) tussen de Franse wiskundigen Pascal en Fermat. Later, als je wat (meer) kansrekening hebt geleerd, kun jij ongetwijfeld de juiste oplossing verzinnen.

Opgave 2: Verdeel-puzzel

Een bekend puzzeltje is om een vierkant zodanig in stukken te knippen dat je van de gekregen stukjes een regelmatige zeshoek kunt leggen. Hiernaast zie je een mogelijke oplossing. Deze figuur staat vergroot op de uitwerkbijlage.



2p **3** Geef op de uitwerkbijlage in beide figuren met een tekentje alle hoeken aan van 90º.

3p **4** Bereken de grootte van de hoeken van de grijze driehoek in de figuur.

In de figuur is ook een hoek met de letter x aangegeven. Er geldt: $x = 68º$.

4p **5** Bereken **alle** andere hoeken in beide figuren. Zet ze in de figuur. Licht waar nodig toe!

Opgave 3: Aarde en Mars

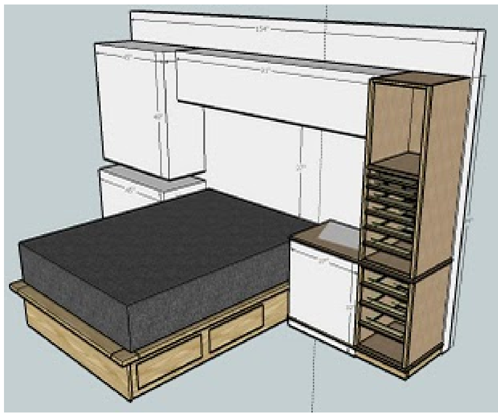
Het aardoppervlak is voor (ongeveer) 70% bedekt met water. De diameter van Mars is ongeveer de helft van de diameter van de Aarde. Mars heeft echter geen oppervlaktewater.
De planeet Aarde heeft een volume van (ongeveer) $1{,}08 \cdot 10^{12}$ km^3.

4p **6** Bereken het volume van Mars.

5p **7** Welke planeet heeft de grootste landoppervlakte? Licht je antwoord toe met een berekening.

Lees verder →

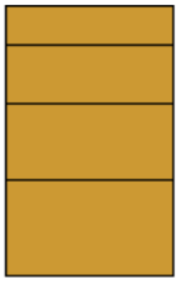
Opgave 4: Laden ontwerpen



Bij sommige bedrijven kan je voor je slaapkamer je eigen bedmeubel met ombouw ontwerpen. Onderdeel van het ontwerp is het kiezen van het aantal en de hoogte van de laden in de ombouw.
We kiezen een ladeblok van hoogte 70 cm en willen hierin 4 laden maken, zonder tussenruimtes.

Er is op internet een handig rekenprogramma te vinden (http://www.woodbin.com/calcs/) waarbij je de afmetingen, gewenste aantal laden, tussenruimtes, etc. ingeeft. Het programma rekent dan de hoogtes van de verschillende laden uit. Je kunt bij dit rekenprogramma meerdere verdelingen kiezen: rekenkundige reeks, meetkundige reeks en Hambridge verdeling.

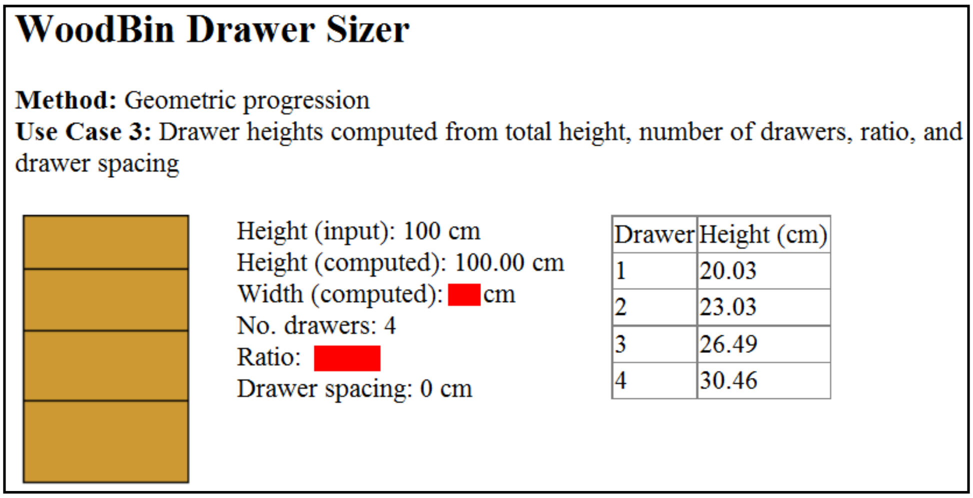
Methode 1: de rekenkundige reeks (Engels: Arithmetic progression):
Het hoogteverschil tussen twee opeenvolgende laden is een vast aantal cm.
Bijvoorbeeld bij een ladekast van 100 cm en telkens 5 cm verschil: 17,5 – 22,5 – 27,5 – 32,5 cm. Zie de figuur hiernaast.



4p **8** Bereken de hoogtes van de 4 laden bij ‘ons’ kastje van hoogte 70 cm en ook telkens 5 cm hoogteverschil tussen de laden.
Tip: noem de hoogte van de bovenste la x, dan is de volgende x + …, etc. Het totaal moet 70 cm zijn.

Methode 2: de meetkundige reeks (Engels: Geometric progression)
De verhouding (of ‘ratio’) tussen de hoogtes van twee opeenvolgende laden is constant.

Zie hiernaast een uitdraai van het rekenprogramma, waarbij de gekozen ratio (en breedte) onzichtbaar is gemaakt:



WoodBin Drawer Sizer

Method: Geometric progression
Use Case 3: Drawer heights computed from total height, number of drawers, ratio, and drawer spacing

Height (input): 100 cm
Height (computed): 100.00 cm
Width (computed): cm
No. drawers: 4
Ratio:
Drawer spacing: 0 cm

Drawer	Height (cm)
1	20.03
2	23.03
3	26.49
4	30.46

2p **9** Bereken deze verhouding tussen opeenvolgende hoogtes.

Als je geen breedte ingeeft, dan kiest het rekenprogramma de breedte zodanig dat het vooraanzicht van het ladeblok een gulden rechthoek is.

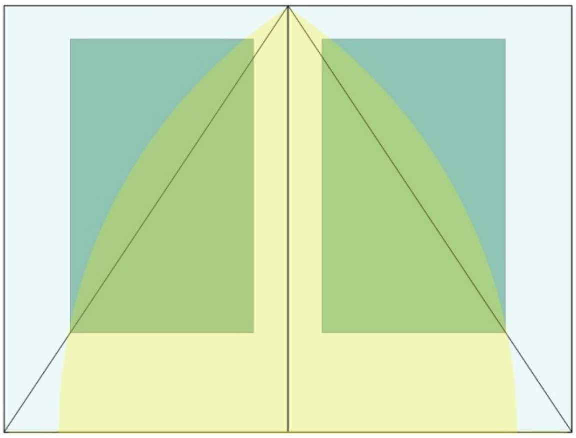
2p **10** Bereken de breedte in dat geval van ons ladeblok met een hoogte van 70 cm. Rond je antwoord af op hele millimeters.

Ga ervan uit dat de lade achter elk frontje precies net zo groot is als het frontje en elke lade even diep (naar achteren) is.

2p **11** Bereken de verhouding tussen de inhouden van de bovenste en onderste lade.

Lees verder →

Opgave 5: Middeleeuwse lay-out



In een middeleeuws manuscript is het volgende plaatje gegeven voor de bladspiegel.

De gezaghebbende typograaf, boek ontwerper, docent en schrijver Jan Tschichold (Leipzig, 1902-1974) zegt hierover:

"Page proportion 2:3. Margin proportions 1:1:2:3. Text area proportioned in the Golden Section."

Ofwel:
Je begint met twee vellen papier met de verhoudingen van de zijden 2 : 3.
Je tekent twee cirkelbogen: de middelpunten van deze cirkelbogen zitten in de hoeken linksonder en rechtsonder en de bogen gaan door het punt midden boven.
Je trekt ook de diagonalen. De snijpunten met deze diagonalen leggen een punt van de zetspiegel vast. Door de marges, die verhouden zich als 1 : 1 : 2 : 3, ligt de hele zetspiegel vast.

Op de uitwerkbijlage staan twee pagina's getekend met de cirkelbogen.

4p **12** Maak de tekening van de zetspiegel in de rechterpagina af.

Volgens Tschichold is de zetspiegel (bij benadering) een gulden rechthoek.

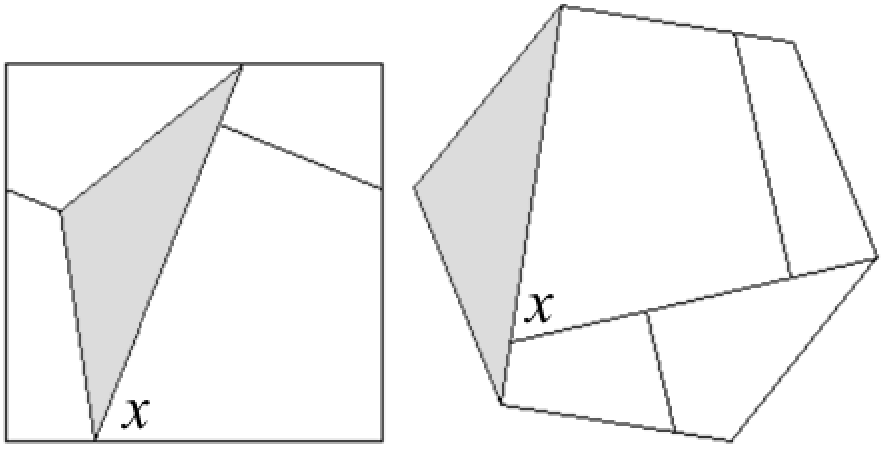
3p **13** Ga in jouw tekening na of dit klopt.

Einde ■

UITWERKBIJLAGE

Naam: ____________________

Opgave 2: Verdeel-puzzel



Opgave 5: Middeleeuwse lay-out