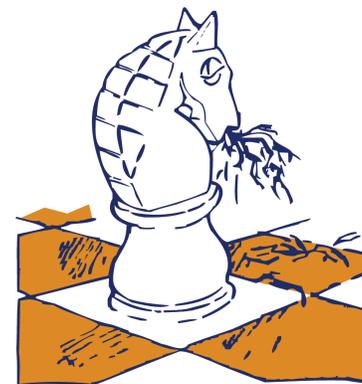


4.5 Verbanden van de vorm $px + qy = r$

52

In de stal van Jan Pol worden de pony's precies zo gevoerd als het hoort. 's Winters wordt er hoofdzakelijk hooi en biks aan de dieren gegeven. De belangrijkste bestanddelen van dit voer zijn:

- koolhydraten (zetmeel en suiker), ruwvezel en vetten. Zij zorgen voor de energievoorziening. Hoeveel er van deze bestanddelen in het voer zit, wordt uitgedrukt in grammen zetmeel.
- eiwitten. Die zijn van groot belang voor de vorming van spieren, hoeven, bloed, enzovoort.



Jasper is een pony, die bij Jan op stal staat. Volgens het boekje heeft die pony, als hij niet te intensief gebruikt wordt, per dag 2100 gram zetmeel en 360 gram eiwit nodig.

In 1 kg hooi zit 300 gram zetmeel en 60 gram eiwit.

In 1 kg biks zit 600 gram zetmeel en 80 gram eiwit.

- Hoeveel gram zetmeel krijgt Jasper als hij per dag $3\frac{1}{2}$ kg hooi en 2 kg biks eet?
- Hoeveel gram zetmeel krijgt Jasper als hij per dag x kg hooi en y kg biks eet?

Jasper krijgt per dag precies 2100 gram zetmeel. Dit geeft een verband tussen x en y .

- Druk dat verband uit in een formule met x en y .
- Laat zien dat je de formule kunt vereenvoudigen tot $x + 2y = 7$.
- Teken de grafiek bij het verband $x + 2y = 7$. Neem daarvoor de tabel en het assenstelsel over.

x	0		3	
y		0		3

- Wat is de richtingscoëfficiënt van k ? En wat is de hoogte waarop de lijn de verticale as snijdt?

Omdat de richtingscoëfficiënt van de lijn $-\frac{1}{2}$ is en de hoogte waarop de verticale as gesneden wordt $3\frac{1}{2}$ is, kun je de formule $x + 2y = 7$ ook schrijven als $y = -\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}$.

De formule $x + 2y = 7$ omschrijven naar de vorm $y = ax + b$, kan ook zonder gebruik te maken van een grafiek. Immers:

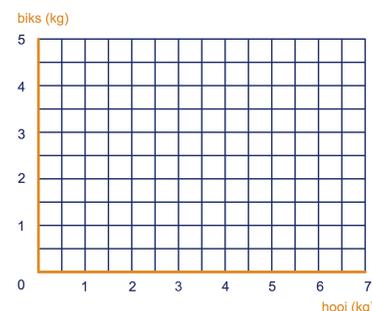
$$x + 2y = 7$$

$$2y = -x + 7$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}$$

MIN x

DELEN DOOR 2



4.5 Verbanden van de vorm $px + qy = r$

g Hoeveel gram eiwit krijgt Jasper als hij per dag x kg hooi en y kg biks krijgt?

Jasper wordt zó gevoerd dat hij per dag precies 360 gram eiwit krijgt. Dit geeft weer een verband tussen x en y .

h Druk dat verband uit in een formule met x en y en laat zien dat deze te vereenvoudigen is tot: $3x + 4y = 18$.

i Teken de grafiek van het verband in opgave **e**. Maak eventueel een tabel.

De grafiek is een rechte lijn m .

j Wat is de richtingscoëfficiënt van lijn m . En wat is de hoogte waarop de lijn de verticale as snijdt?

k Schrijf de formule $3x + 4y = 18$, zonder gebruik te maken van de grafiek, om naar de vorm $y = ax + b$.

l Lees uit de grafiek af hoeveel kg hooi en hoeveel kg biks Jasper moet krijgen als hij precies volgens het boekje gevoerd wordt.

In de vorige vraag ging het om de coördinaten van het snijpunt van k en m . Die kun je berekenen door te gebruiken:

$$k: y = -\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2} \text{ en } m: y = -\frac{3}{4}x + 4\frac{1}{2}.$$

m Bereken de coördinaten van het snijpunt.

53

Schrijf de volgende formules in de vorm: $y = \dots$

$$-5x + 2y = 10$$

$$-2y + x = 5$$

$$3x - 2y = 16$$

$$8x = -2y - 5$$

$$2x - 5y = 7$$

$$-3x = -8 + 7y$$

54

Er zijn in een reservaat twee soorten draken: rode en groene. Iedere rode draak heeft drie koppen en twee staarten. Iedere groene draak heeft vier koppen en drie staarten.

Alle draken samen hebben 111 koppen en 79 staarten.

Noem het aantal rode draken r en het aantal groene draken g .

a Leg uit dat voor het aantal koppen geldt: $3r + 4g = 111$.

b Welk verband geldt er voor het aantal staarten?

c Schrijf beide verbanden als $6r = \dots$

d Bereken het aantal rode en groene draken.

4.5 Verbanden van de vorm $px + qy = r$

Berekenen van snijpunten

55

Bereken de coördinaten van het snijpunt van de lijnen met vergelijking:

- a $y = 3x - 2$ en $2y + x = 10$
- b $2x + 4y = 11$ en $-4 + 5y = 4x$
- c $-5x + 2y = 20$ en $\frac{1}{2} = x - \frac{1}{2}y$
- d $2x + 3y = 2$ en $6x - y = 1$
- e $2x - 5y = 7$ en $-2x + 13y = 1$
- f $3x - 2y = 16$ en $2x + y = 6$

56

k , l en m zijn de lijnen met vergelijking:

$k: 2x + 3y = 4$, $l: x = \frac{1}{2}y + 4$ en $m: x - 2y = 5$.

- a Teken de lijnen k , l en m . Laat de assen lopen van -7 tot en met 7 .
- b Bereken de coördinaten van het snijpunt van k en l .
- c Ga na of het snijpunt van k en l op m ligt.

57

p , q en r zijn de lijnen met vergelijking:

$p: x + y = 4$, $q: y = 2$ en $r: 2x - y = -5$.

- a Teken de drie lijnen in één assenstelsel.
Laat de x -as lopen van -5 tot en met 7 en de y -as van -2 tot en met 5 .
- b Bereken de coördinaten van de drie snijpunten van deze lijnen.

58

Tijdens een warme zomer is het voor de supermarkt niet eenvoudig om voldoende bier in voorraad te hebben.

De brouwerij kan niet altijd de gewenste bestellingen op tijd leveren.

De supermarkt is blij dat de brouwerij vandaag 520 liter bier levert, in kratten halve liters en kratten pijpjes. Het aantal kratten pijpjes is tweemaal zoveel als het aantal kratten halve liters.

In een pijpje zit $\frac{1}{3}$ liter bier; er zitten 24 pijpjes in een krat.

Er zitten 20 halve liters in een krat.

- a Hoeveel liter bier zit er in een krat pijpjes? En in een krat halve liters?

De supermarkt krijgt x kratten pijpjes en y kratten halve liters. Dat het totaal aantal kratten 520 liter bevat geeft een verband tussen x en y .

- b Geef een formule van dit verband.
- c Teken de grafiek. Zet x horizontaal ($0 \leq x \leq 70$) en y verticaal ($0 \leq y \leq 60$).

4.5 Verbanden van de vorm $px + qy = r$

In de supermarkt worden twee keer zoveel kratten met pijpjes als met halve liters verkocht, daarom bestelt de supermarkt ook in deze verhouding bij de brouwerij.

Deze verhouding geeft een verband tussen x en y .

- d** Geef een formule voor dit verband.
- e** Teken de grafiek bij opgave **c**.
- f** Bereken de coördinaten van het snijpunt.
- g** Hoeveel kratten bier worden er van elk soort geleverd als de brouwerij 520 liter levert in de verhouding die de supermarkt wenst?

Stelsels vergelijkingen

59

Een boer heeft een bedrijf met varkens en kippen. Hij telt bij zijn dieren in totaal 50 koppen en 120 poten.

Noem het aantal varkens v en het aantal kippen k .

- a** Stel een stelsel vergelijkingen op met v en k .
- b** Los het stelsel op en bereken hoeveel varkens en kippen de boer heeft.

60

Ik heb 26 muntstukken in mijn portemonnee. Het zijn munten van 20 cent en munten van 1 euro. Het totale bedrag dat deze munten waard zijn is 12,40 euro.

Noem het aantal muntstukken van 20 cent t en het aantal muntstukken van 1 euro e .

Stel een stelsel vergelijkingen op met t en e en bereken daarmee hoeveel muntstukken je van ieder hebt.

61

De kaartjes voor een theatervoorstelling kosten €25,— en €40,—. Het theater heeft op een avond 400 goedkope kaartjes meer verkocht dan dure kaartjes. De opbrengst van deze avond is €27.875,—.

Noem het aantal dure kaartjes d en het aantal goedkope kaartjes g .

- a** Stel een stelsel vergelijkingen op met d en g .
- b** Hoeveel kaartjes zijn er in totaal verkocht?

62

Vijf flessen cola en acht flessen sinas kosten samen 16,50 euro. Vier flessen cola en twee flessen sinas kosten samen 7,70 euro.

Noem de prijs van een fles cola x en de prijs van een fles sinas y , beide in euro.

Stel een stelsel vergelijkingen op met x en y en bereken hoeveel tien flessen cola en zeven flessen sinas samen kosten.



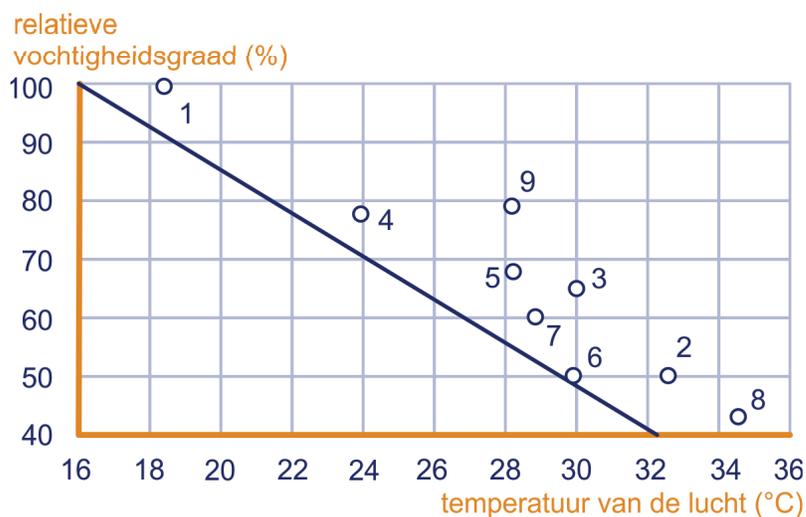
Hint 1.

4.6 Ongelijkheden

Ongelijkheden

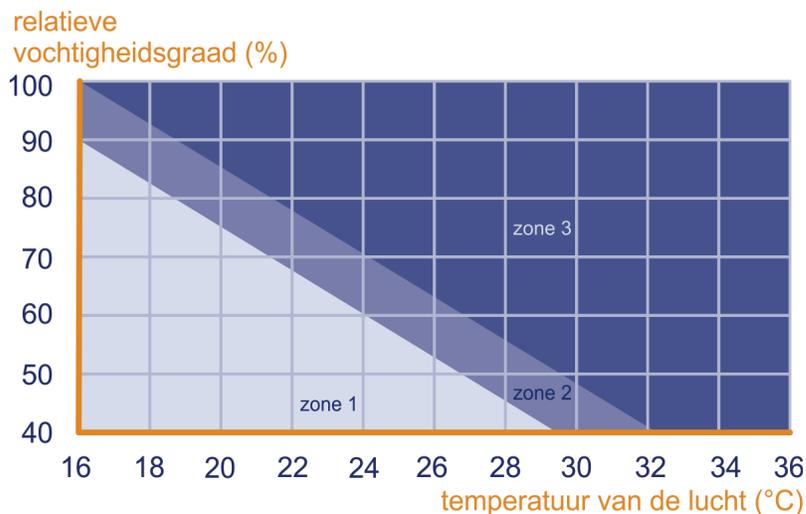
63

De beschermende kleding bij American football vormt een belemmering voor de warmteafgifte van het lichaam. Het lichaam kan daardoor zijn warmte maar moeilijk kwijt en dat kan tot problemen leiden. We spreken dan van warmtestuwing. In ernstige gevallen kan dat dodelijk zijn. Belangrijk zijn de temperatuur en de relatieve vochtigheid van de lucht. In de grafiek is aangegeven bij welke omstandigheden zich negen ernstige gevallen van warmtestuwing voordeden. Het betreft spelers van American football en mariniers onder zware lichamelijke belasting.



a Hoe waren de weersomstandigheden bij ongeval nr.1?

De ongevallen gaven aanleiding tot het opstellen van een “weergids”. Zone 1 is veilig: bij die weersomstandigheden is er geen gevaar voor warmtestuwing. In zone 2 moet men oppassen. Zone 3 is gevaarlijk.



4.6 Ongelijkheden

Het is 26°C en de relatieve vochtigheid is 60%.

b Is er gevaar voor warmtestuwing?

Noem de vochtigheidsgraad V (in procenten) en de temperatuur T (in graden Celsius).

- c** Stel een formule op voor de twee grenslijnen tussen de zones.
- d** Bepaal met de formules bij welke relatieve vochtigheid je in zone 2 zit, als het 26°C .
Dezelfde vraag bij $T = 18$.

Voor zone 1 kunnen we een ongelijkheid opschrijven in de vorm: $V < aT + b$.

- e** Welke zijn de getallen a en b ?
- f** Geef zo ook een ongelijkheid voor zone 3.
En met welke twee ongelijkheden kun je aangeven dat je in zone 2 zit?

64

- a** Teken in een assenstelsel de lijnen $y = 2x - 3$, $y = 2x - 1$, $y = 2x + 1$ en $y = 2x + 3$.
- b** Kleur het gebied waar de punten (x, y) liggen waarvoor geldt: $y > 2x + 3$.
- c** Gebruik een andere kleur om het gebied aan te geven waar geldt: $2x - 1 < y < 2x + 1$.
Dat is het gebied waarvoor geldt: $y < 2x + 1$ en $y > 2x - 1$.



De gelijkheid $y = ax + b$ beschrijft een rechte lijn.

De **ongelijkheid** $y < ax + b$ beschrijft het gebied onder die rechte lijn.

De **ongelijkheid** $y > ax + b$ beschrijft het gebied boven die rechte lijn.

Als de ongelijkheid een andere vorm heeft, is het verstandig een punt in te vullen om uit te zoeken welk gebied bij de ongelijkheid hoort.

65

Bij toetsen met 50 meerkeuzevragen wordt geteld hoeveel vragen een kandidaat goed heeft. Dit aantal noemt men de score X . Hierna wordt de score X omgezet in een cijfer Y . Een kandidaat die niets goed heeft krijgt het cijfer 1; dus bij $X = 0$ hoort $Y = 1$. Wie alle vragen goed beantwoord heeft krijgt natuurlijk het cijfer 10; dus bij $X = 50$ hoort $Y = 10$.

Stel dat er een *lineair verband* wordt gehanteerd om X in Y om te rekenen.

Een kandidaat heeft 40 vragen goed.

- a** Bereken zijn cijfer in één decimaal nauwkeurig.

4.6 Ongelijkheden

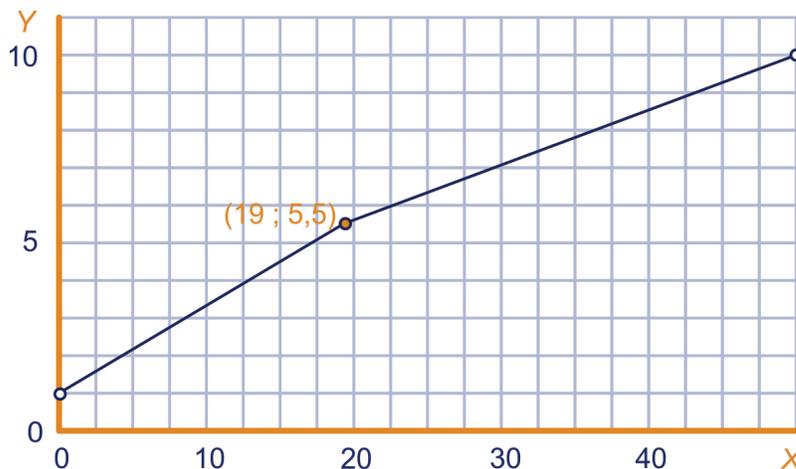
Bij het cijfer 5,5 ligt de omslag van voldoende naar onvoldoende. Daarom noemen we de score waarbij het cijfer 5,5 hoort de *omslagscore*.

- b** Welke score is dat?
- c** Stel een formule op voor het verband tussen X en Y .
- d** Teken de bijbehorende grafiek.

Een lineair verband wordt gehanteerd bij toetsen van normale moeilijkheidsgraad. Als de toetsvragen aan de moeilijke kant zijn, hoeft de kandidaat minder vragen goed te hebben om aan een zelfde cijfer te komen als bij een toets van normale moeilijkheid.

- e** Aan welke kant van de grafiek uit onderdeel **d** liggen de punten (X, Y) dan? Geef een ongelijkheid voor dat gebied.

Als de vragen aan de moeilijke kant zijn, wordt de score dus anders omgerekend naar een cijfer dan bij normale moeilijkheidsgraad. De omslagscore wordt verlaagd; de kandidaat hoeft dan minder antwoorden goed te hebben voor een voldoende cijfer. Omgekeerd kan het ook: bij makkelijke toetsen wordt de omslagscore verhoogd. Bij een verhoogde of verlaagde omslagscore bestaat de grafiek uit twee rechte lijnstukken. Bijvoorbeeld zo:



- f** Stel een formule op voor beide lijnstukken. Vermeld bij de formules voor welke waarden van X hij van toepassing is.

Bij een zekere toets van 50 vragen wordt op deze manier het cijfer berekend; dus met een verschoven omslagscore.

Een kandidaat had 40 vragen goed en kreeg het cijfer 7,5.

- g** Bepaal de omslagscore. Je kunt een grafiek gebruiken.
- h** Welk cijfer krijgt iemand met 16 vragen goed bij deze toets?

Naar het examen havo wiskunde A 1995 eerste tijdvak

4.6 Ongelijkheden

Optimaliseren

66

Op de markt verkoopt bakker Broodje krentenbollen en koffiebroodjes.

Voor een krentenbol heeft hij 12 gram meel en 0,2 gram gist nodig.

Voor een koffiebroodje heeft hij 10 gram meel en 0,1 gram gist nodig.

Hij heeft een voorraad van 8000 gram meel en 100 gram gist.

Neem aan dat de bakker x krentenbollen en y koffiebroodjes bakt.

- a Welke twee ongelijkheden volgen hieruit, afgezien $x \geq 0$ en $y \geq 0$.

Bij deze vier ongelijkheden kun je grafieken tekenen. Elke ongelijkheid geeft een deel onder of boven een lijn dat voldoet aan de ongelijkheid. Het gebied dat voldoet aan **alle** ongelijkheden noemen we het **toegestane gebied**. Het toegestane gebied bevat dus **alle** punten (x, y) die voldoen aan **alle** ongelijkheden.

- b Teken de vier ongelijkheden in een grafiek en kleur het toegestane gebied. Laat de x -as lopen van 0 tot en met 700 en de y -as van 0 tot en met 1000.
- c Bereken de coördinaten van de drie hoekpunten ($(0,0)$ niet meegerekend) van het toegestane gebied.

De winst op een krentenbol is 45 cent en op een koffiebroodje 35 cent.

- d Bij welk aantal krentenbollen en koffiebroodjes is de winst voor de bakker maximaal? Hoeveel is de winst dan?

67

Een transportbedrijf moet minimaal 798 Deense karren vervoeren van Amsterdam naar het Ruhrgebied. Het bedrijf beschikt over x kleine en y grote vrachtwagens.

Een kleine wagen kan 24 karren vervoeren en kost €500,- per dag en een grote wagen kan 42 kisten vervoeren en kost €900,- per dag.

Het aantal wagens per dag mag niet meer zijn dan 28.

- a Welke twee ongelijkheden volgen hieruit, afgezien $x \geq 0$ en $y \geq 0$?
- b Teken het toegestane gebied. Laat de x -as lopen van 0 tot en met 36 en de y -as van 0 tot en met 28.
- c Bereken de coördinaten van de drie hoekpunten van het toegestane gebied?
- d Bij hoeveel kleine en hoeveel grote wagens zijn de kosten minimaal? Wat zijn de kosten dan?



4.6 Ongelijkheden

68

In een fabriek worden twee typen auto's geassembleerd (in elkaar gezet), per dag minstens 10 van type S en 8 van type TD. Beide typen hebben dezelfde carrosserie. Daarvan zijn er per dag 25 beschikbaar. Het assembleren van een auto van type S kost 50 arbeidsuren, het assembleren van een auto van het type TD kost 100 arbeidsuren. Per dag zijn er hiervoor maximaal 1800 arbeidsuren per dag beschikbaar.

Stel dat er per dag x auto's van type S en y auto's van type TD gemaakt worden.

- a Aan welke vier voorwaarden moeten x en y voldoen (afgezien van $x \geq 0$ en $y \geq 0$)?
- b Teken het toegestane gebied. Laat de assen lopen van 0 tot en met 26.
- c Bereken de coördinaten van alle hoekpunten van het toegestane gebied.

De winst op een auto van type S is 2750 euro en de winst op een TD is 2500 euro.

- d Welk productieschema levert de meeste winst op en hoe groot is die winst?