

Hiernaast zie je een grafiek op zogenaamd '**dubbellogaritmisch papier zonder hulplijnen**': zowel op de horizontale als op de verticale as is een logaritmische schaalverdeling gebruikt. Er zijn alleen hoofdroosterlijnen aangegeven bij 'hele machten van 10'. Extra hulplijnen ontbreken.

In de grafiek staat een rechte lijn getekend met daarop een punt aangegeven.

Wat zijn de coördinaten van dit punt?

We bekijken eerst de verticale schaalverdeling en lezen de y-coördinaat af.

Bedenk dat op de verticale as bij de drie roosterlijnen achtereenvolgens de getallen $100 = 10^2$, $1000 = 10^3$, $10000 = 10^4$ staan.

De stip staat tussen 10^3 en 10^4 , dus de bijbehorende waarde van y is $10^{3, \dots}$

Bedenk dat als de stip **midden** tussen 1000 en 10000 had gestaan, dan was de waarde $10^{3,5} = 3162,27 \dots$. De stip staat hoger, dus de waarde moet meer zijn.

Als je *ruw* schat, dan ligt dat punt op driekwart van de hoogte tussen deze twee waarden, dus eerste schatting is $y = 10^{3,75} = 5623,413 \dots \approx 5600$.

Maar dat gaan we nauwkeuriger doen. We pakken er een liniaal of geodriehoek bij. Zie afbeelding hiernaast.

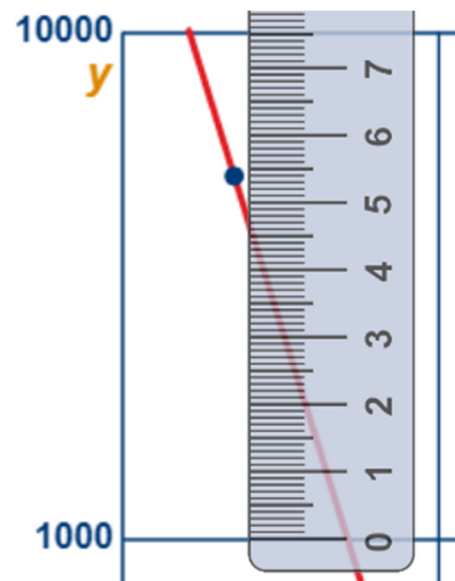
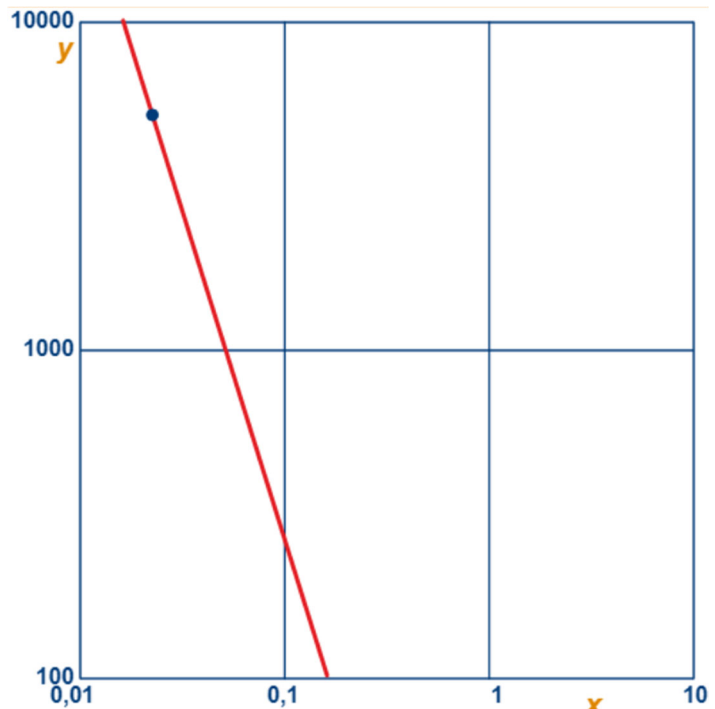
We meten de hele afstand tussen de twee hoofdroosterlijnen: die blijkt in dit geval 7,5 cm, ofwel 75 mm te zijn.

De stip zit op hoogte 5,4 cm, ofwel 54 mm boven de 1000.

Dus op welk deel van de hoogte zit de stip?

Op $\frac{54}{75} = 0,72$, dus de bijbehorende macht is 3,72 en de waarde is $y = 10^{3,72} = 5248,074 \dots \approx 5250$.

Je ziet dat de eerste ruwe schatting er niet eens zoveel vanaf ligt. Maar doe het in een (examen) opgave altijd met behulp van een liniaal of geodriehoek en schrijf ook de afgelezen lengtes en de berekening op (in dit geval 54 mm van de 75 mm).



In een examenopgave is de afstand tussen twee hoofdroosterlijnen, als er een uitwerkbijlage is, meestal een mooie lengte, zoals 2 cm of 4 cm.

We bekijken nu de horizontale schaalverdeling en lezen de x-coördinaat af.

Bedenk dat op de horizontale as bij de vier roosterlijnen achtereenvolgens de getallen $0,01 = 10^{-2}$, $0,1 = 10^{-1}$, $1 = 10^0$ en $10 = 10^1$ staan.

De stip staat tussen 10^{-2} en 10^{-1} , dus de bijbehorende waarde van x is $10^{-1,67}$.

Bedenk dat als de stip **midden** tussen 0,01 en 0,1 had gestaan, dan was de waarde $10^{-1,5} = 0,03162\dots$. De stip staat verder naar links, dus de waarde moet kleiner zijn.

Als je *ruw* schat, dan ligt dat punt op twee derde deel vanaf 0,1 (en dus een derde deel vanaf 0,01), dus eerste schatting is $y = 10^{-1,67} = 0,021379\dots \approx 0,021$.

Let op: omdat je een schaalverdeling met negatieve waarden afleest, moet je de verhouding *vanaf rechts* aflezen!

Maar dat gaan we weer nauwkeuriger doen. We pakken er een liniaal of geodriehoek bij. Zie afbeelding hiernaast.

We meten de hele afstand tussen de twee hoofdroosterlijnen: die blijkt in dit geval 47 mm te zijn.

De stip zit op 30 mm links van 0,1.

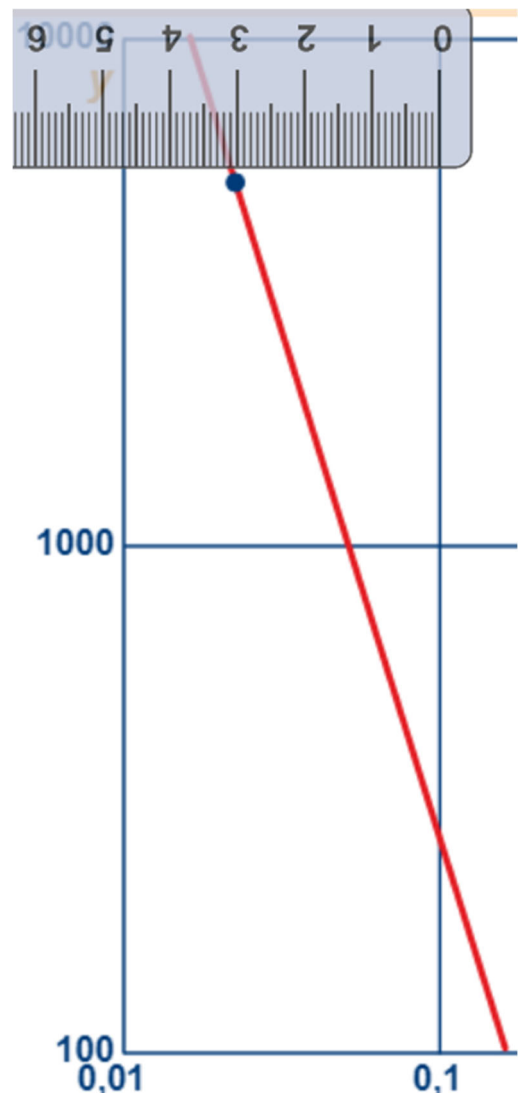
Dus op welk deel van de hoogte zit de stip?

Op $\frac{30}{47} = 0,638\dots$,

dus de bijbehorende macht is $-1,638\dots$ en de waarde is

$x = 10^{-1,638\dots} = 0,022998\dots \approx 0,023$.

Je ziet dat de eerste ruwe schatting er niet eens zoveel vanaf ligt. Maar doe het in een (examen) opgave altijd met behulp van een liniaal of geodriehoek en schrijf ook de afgelezen lengtes en de berekening op (in dit geval 30 mm van de 47 mm).



Het kan zijn dat op de assen niet x en y staan, maar $\log(x)$ en $\log(y)$. Zie de figuur hiernaast.

In de grafiek staat een rechte lijn getekend met daarop een punt aangegeven.

Wat zijn de coördinaten van dit punt?

We gaan eerst weer verticaal aflezen, dus de y -coördinaat.

De hoofdroosterlijnen staan bij $\log(y) = 2$, $\log(y) = 3$ en $\log(y) = 4$, dus eigenlijk bij $y = 10^2 = 100$, $y = 10^3 = 1000$ en $y = 10^4 = 10000$.

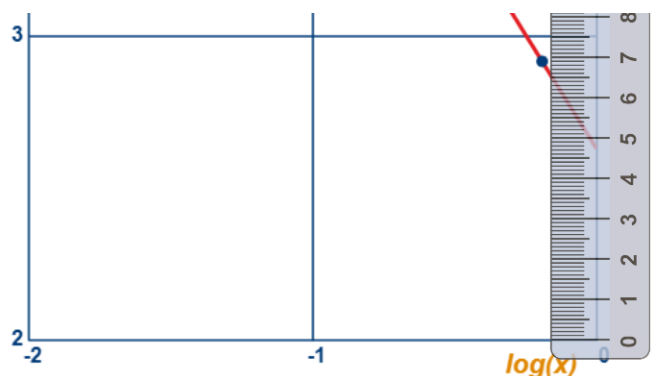
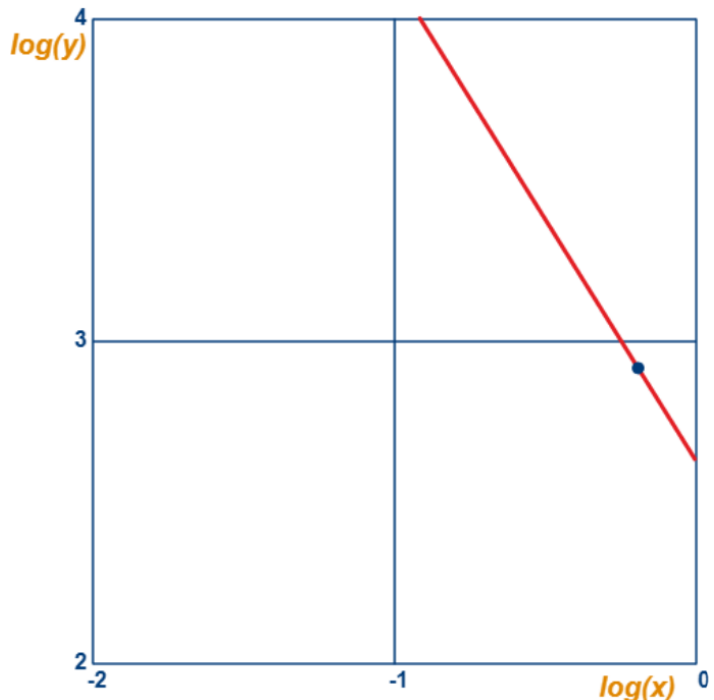
De stip staat op hoogte tussen $\log(y) = 2$ en $\log(y) = 3$, dus $\log(y) = 2, \dots$

Eerste ruwe schatting zegt dat de hoogte op $\frac{9}{10}$ deel staat, dus $\log(y) = 2,9$. Dat geeft $y = 10^{2,9} = 794,328 \dots \approx 800$.

Nauwkeuriger aflezen met een liniaal of geodriehoek:

We meten de hele afstand tussen de twee hoofdroosterlijnen: die blijkt in dit geval 75 mm te zijn.

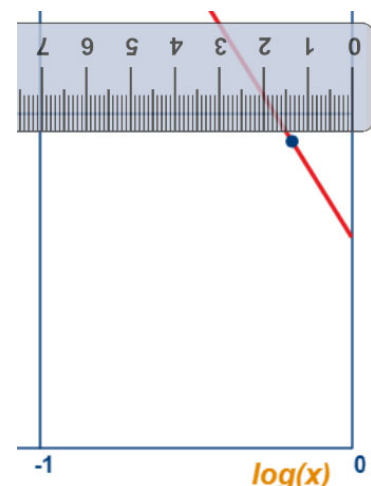
De stip zit op hoogte 69 mm boven de 2, dus $\log(y) = 2 + \frac{69}{75} = 2,92$, dus de bijbehorende waarde is $y = 10^{2,92} = 831,7637 \dots \approx 830$.



We gaan nu horizontaal aflezen, dus de x -coördinaat. De stip staat tussen $\log(x) = 0$ en $\log(x) = -1$, dus $\log(x) = -0, \dots$ en een eerste ruwe schatting geeft $\log(x) = -0,2$, dus $x = 10^{-0,2} = 0,63095 \dots \approx 0,6$.

Nauwkeuriger door meten met een liniaal: de stip staat op 13,5 mm van de 70 mm naar links vanaf $\log(x) = 0$, dus de waarde $\log(x) = -\frac{13,5}{70} = -0,192857 \dots$

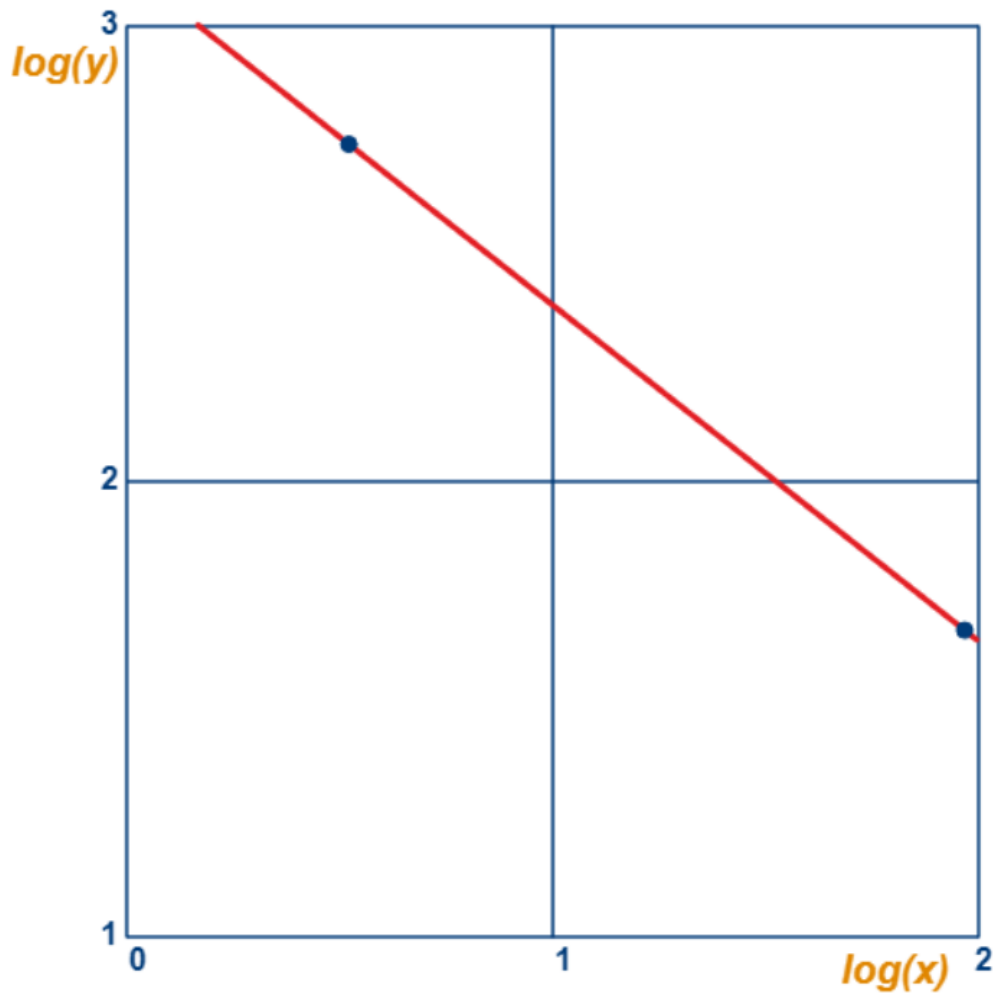
Dus $x = 10^{-0,192857 \dots} = 0,64142 \dots \approx 0,64$.



Het aflezen van dubbellogaritmisch papier kun je eindeloos oefenen met de volgende applet:

https://henkreuling.nl/applets/dubbellog_papier_trainer.html

Oefenopgave



- 1) Lees de coördinaten (x, y) van de twee aangegeven punten af. Geef je antwoord afgerond op 2 decimalen.
- 2) Geef een formule in de vorm $y = a \cdot x^b$ bij de getekende lijn. Rond verstandig af.

Antwoorden:

$$\begin{aligned} 1) \quad & (10^{0+\frac{29}{56}}, 10^{2+\frac{44,5}{60}}) = (10^{0,5178...}, 10^{2,74...}) \approx (3, 551) \\ & \text{en } (10^{1+\frac{40}{60}}, 10^{1+\frac{54}{56}}) = (10^{1,666...}, 10^{1,964..}) \approx (46, 92) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & y = 1336.519 \cdot x^{-0.738} \text{ ofwel } y = 1340 \cdot x^{-0.74} \\ & (\text{ruime marge in de waarden}) \end{aligned}$$