De Wageningse Methode   Zelftoets 12 Klas V6b
Naam: De integraal

1 Bepaal van de volgende functies een primitieve.

$f_1 : x \to \sqrt{x}$ $\qquad$ $f_2 : x \to \sqrt{2x+1}$

$g_1 : x \to \dfrac{1}{x}$ $\qquad$ $g_2 : x \to \dfrac{4x^2+1}{2x}$

$h_1 : x \to 2^x$ $\qquad$ $h_2 : x \to 2 \cdot e^x + \dfrac{2}{e^x}$

2 Voor zekere getallen *a* en *b* is de functie *F* met $F(x) = a \cdot \sin(2x) + bx$ een primitieve van de functie $f : x \to 4 \cdot \sin^2(x)$.

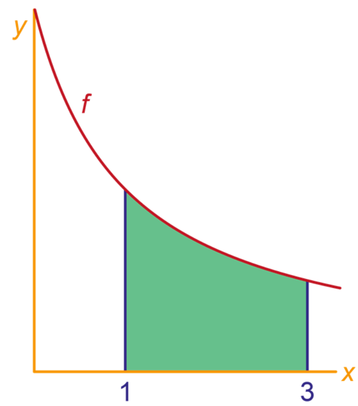
a Bereken *a* en *b* exact.

Voor zekere getallen *a* en *b* is de functie *F met* $F(x) = a \cdot \sin(x) \cdot e^{-x} + b \cdot \cos(x) \cdot e^{-x}$ een primitieve van de functie $f : x \to \sin(x) \cdot e^{-x}$.

b Bereken *a* en *b* exact.

3 Gegeven is de functie $f : x \to \dfrac{4}{x+1}$.
Het gebied onder de grafiek van *f* op het interval [1,3] noemen we *V*.

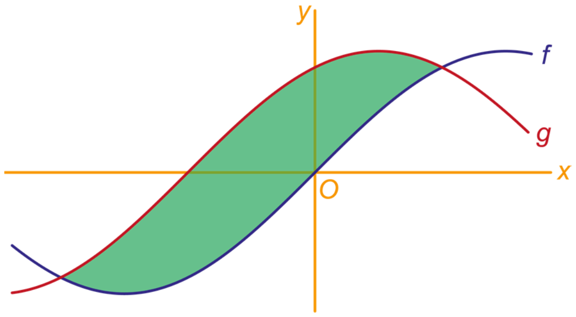
a Bereken de oppervlakte van *V* exact.



V wordt om de *x*-as gewenteld.

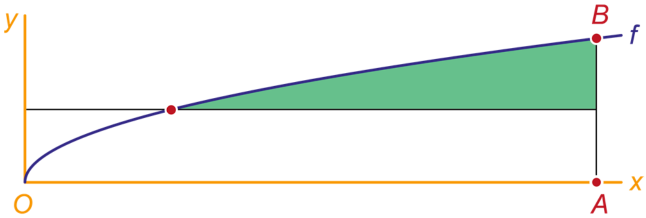
b Bereken de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat exact.

4 De grafiek van de functie $f: x \to \sin(x)$ wordt $\frac{1}{3}\pi$ eenheden naar links geschoven. Je krijgt de grafiek van een functie die we *g* noemen. We bekijken de vlakdelen ingesloten door de grafieken van *f* en *g*. Die zijn congruent met het hieronder getekende vlakdeel.



Bereken de oppervlakte van dit vlakdeel exact.

5 Hieronder is de grafiek van de wortelfunctie $f: x \to \sqrt{x}$ getekend. *A* is een punt op de *x*-as en *B* ligt op de grafiek van *f* zó dat *AB* evenwijdig is met de *y*-as.



We bekijken de oppervlakte van het vlakdeel ingesloten door de grafiek van *f*, de *x*-as en lijnstuk *AB*.
De middelloodlijn van *AB* verdeelt die oppervlakte in twee delen die zich verhouden als 5:11.

a Bewijs dat.

Neem aan het punt *A* is $(16,0)$.
Het gekleurde vlakdeel wordt om de *y*-as gewenteld.

b Bereken de inhoud van het omwentelingslichaam exact.