

# De Wageningse Methode wiskunde d

**Naam:**

## Zelftoets Inleiding complexe getallen

- 1 Bereken (dat wil zeggen schrijf in de vorm  $a + bi$ , met  $a$  en  $b$  reëel):

$$(1+2i)^2$$

$$\frac{10}{3-4i} \text{ ofwel } 10(3-4i)^{-1}$$

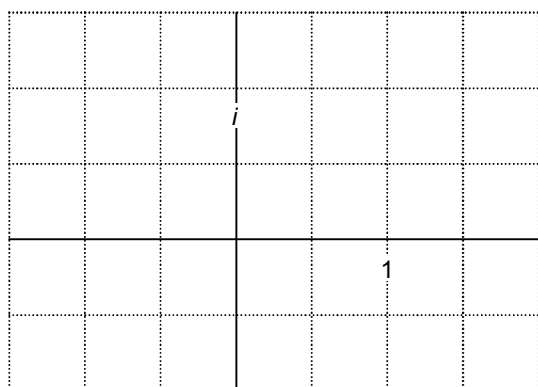
Doe dit zonder rekenmachine.  
Schrijf je tussenstappen op.

- 2 We bekijken de vergelijking in  $z$ :  $z^4 = i$ .
- a Waarom zijn de oplossingen van de vergelijking unitair?

Eén van de oplossingen ligt in het eerste kwadrant (dwz heeft een positief reëel en imaginair deel). Die oplossing noemen we  $\varepsilon$ .

- b Laat zien dat de andere oplossingen  $-\varepsilon$ ,  $i\varepsilon$  en  $-i\varepsilon$  zijn.

- c Teken de vier oplossingen in het complexe vlak hieronder, licht je antwoord toe.

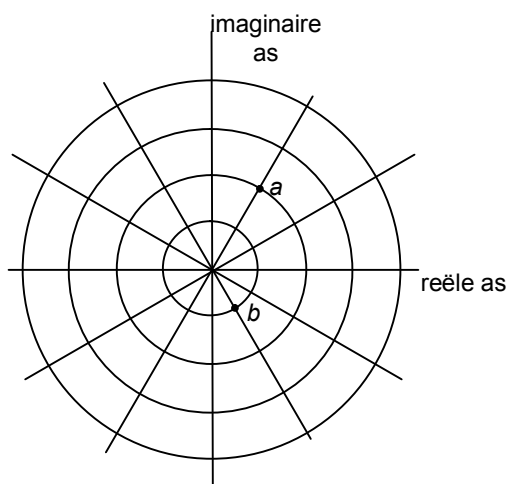


- d Bereken zonder rekenmachine  $\varepsilon^2 + \frac{1}{\varepsilon^2}$ .

Schrijf je tussenstappen op.

- 3 In het complexe vlak zijn cirkels getekend met middelpunt  $O$  en straal 1, 2, 3 en 4 en lijnen door  $O$  die hoeken van  $30^\circ$  of  $60^\circ$  met de reële as maken. Bekijk de getallen  $a$  en  $b$  in de tekening.

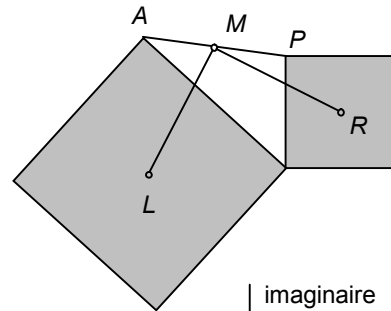
- a Teken  $a \cdot b$ ,  $a^2$ ,  $b^{-1}$ ,  $\bar{a}$ ,  $-2ia$  en  $a-2$ .  
Geef een toelichting (volgende bladzijde).



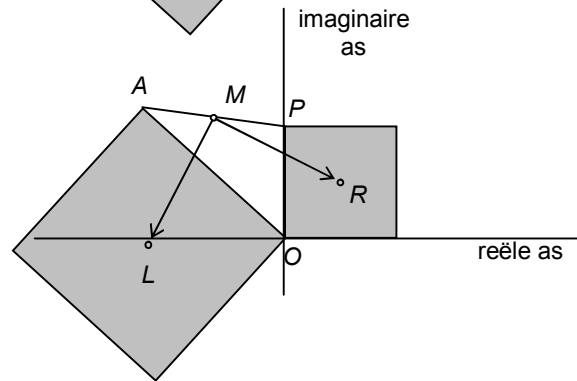
- b Bereken zonder rekenmachine  $(a - 2)^3$ .  
Schrijf je tussenstappen op.

**4 Meetkunde met complexe getallen**

De grijze figuren zijn vierkanten. Ze hebben een hoekpunt gemeen. Het linker vierkant heeft middelpunt  $L$ , het rechter  $R$ .  $M$  is het midden van het verbindingslijnstuk van twee hoekpunten; zie de figuur. Dan is hoek  $LMR$  recht. We gaan dit bewijzen met complexe getallen.



Neem het gemeenschappelijke hoekpunt als oorsprong  $O$  van het complexe vlak en kies de assen langs de zijden van het rechter vierkant, zie figuur. Neem de zijde van het rechter vierkant als eenheid, dus bij  $P$  hoort het complexe getal  $i$ . We noemen het complexe getal dat bij  $A$  hoort  $a$ .



- a Druk de getallen die bij  $R$ ,  $L$  en  $M$  horen in  $a$  uit.

- b Druk de getallen die bij de twee pijlen in de tekening horen in  $a$  uit. Wat is de conclusie?

- c Hoe zie je uit b dat hoek  $RLM$   $45^\circ$  is?