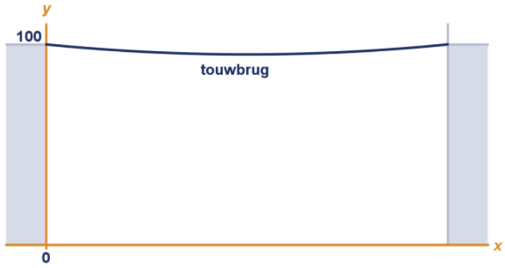
1 Boven een diep ravijn hangt een touwbrug. Het ravijn is 100 meter hoog. We nemen de x-as op de bodem van het ravijn en de y-as langs de linkerrand. Voor de hoogte y van de touwbrug op afstand x van de linkerrand geldt:
$y = 0{,}05x^2 - x + 100$ met x en y in meters.



a Bereken algebraïsch de breedte van het ravijn.

b Bereken langs algebraïsche weg de hoogte van het midden van de brug boven de bodem van het ravijn.

c Bereken de hellingshoeken aan de uiteinden van de brug.

d Bereken de coördinaten van het punt op de brug waar de helling $0{,}5$ is.

2 Gegeven is de functie $f(x) = x^3 + 2x^2 - 15x$.

a Bereken algebraïsch de nulpunten van deze functie.

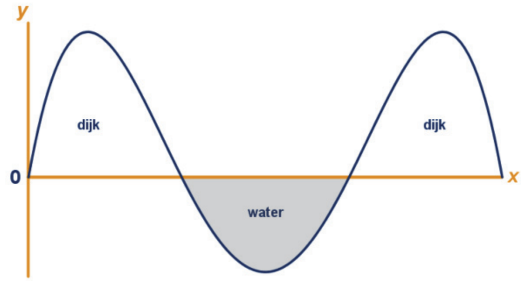
b Bereken exact in welk punt de grafiek van f een minimum heeft.

c Bereken langs algebraïsche weg een vergelijking van de raaklijn in het punt op de grafiek van f met eerste coördinaat 2.

3 Gegeven is de functie $g(x) = \dfrac{10}{x^2+1}$.
Benader in twee decimalen nauwkeurig, met behulp van een differentiequotiënt, de helling bij $x = 1$.
Gebruik $\Delta x = 0{,}001$.

4 Hiernaast zie je een schets van de doorsnee van de Rijn met dijken.
De hoogte y (in m) op x hectometer afstand van de linkerkant van de dijk wordt gegeven door de formule:

$$y = -2x^4 + 16x^3 - 39x^2 + 28x.$$



a Bereken met de GR bij welke waarde van x de rivier op z'n diepst is.

Via de GR heb je nu een *vermoeden* voor welke x de rivier op zijn diepst is.

b Controleer langs algebraïsche weg of je vermoeden juist is. Hoe diep is de rivier op z'n diepst?

c Bepaal met de GR de breedte van de Rijn. Beschrijf je werkwijze.

d Bereken algebraïsch in welke punten tussen de toppen de dijk het steilst is.
Rond de coördinaten af op 3 decimalen.

5 We bekijken voor elke waarde van a de grafiek van de functie f_a met formule $f_a(x) = x^4 - ax^2$.
Globaal kun je twee soorten grafieken onderscheiden, namelijk voor $a > 0$ en voor $a \leq 0$.

a Maak een schets van elk type.

b Leg uit hoe je aan de formule ziet dat je bij elke waarde van a een symmetrische grafiek krijgt.
Wat is dan de symmetrieas?

c Toon aan dat bij elke waarde van a de grafiek de x-as raakt bij $x = 0$.

Neem $a = 6$. Dus $f_6(x) = x^4 - 6x^2$.

d Bereken de coördinaten van de twee buigpunten van de grafiek van f_6.

e De lijn met vergelijking $y = 18x - 34$ raakt de grafiek van f_a in een punt met x-coördinaat 2.
Bereken exact de y-coördinaat van het raakpunt en de waarde van a.