

De Wageningse Methode

Naam:

Zelftoets 10 Klas V5b Exponentiële functies



- 1 Er is een raaklijn aan de grafiek van $y = \ln(x)$ die door de oorsprong gaat. Noem de x -coördinaat van het raakpunt a .

Er geldt: $\left[\frac{d}{dx} \ln(x) \right]_{x=a} = \frac{\ln(a)}{a}$.

- a Leg dat uit.

- b Bereken exact uit deze vergelijking welk getal a is.

- 2 Gegeven is de functie $f: x \rightarrow x^x$ met $x > 0$.

- a Teken de grafiek van de functie op de GR.

- b Leg uit dat $x^x = e^{x \cdot \ln(x)}$.

- c Bewijs dat $\frac{d}{dx}(x^x) = x^x(1 + \ln(x))$.

- d Bereken exact de minimale waarde die x^x kan aannemen.

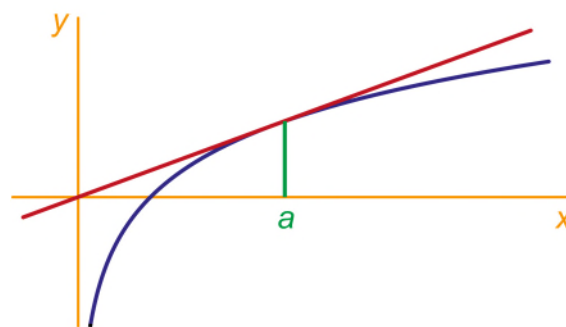
- 3 Los de volgende vergelijkingen exact op:

• $2 \cdot \ln(x) + \ln(2) = 4$

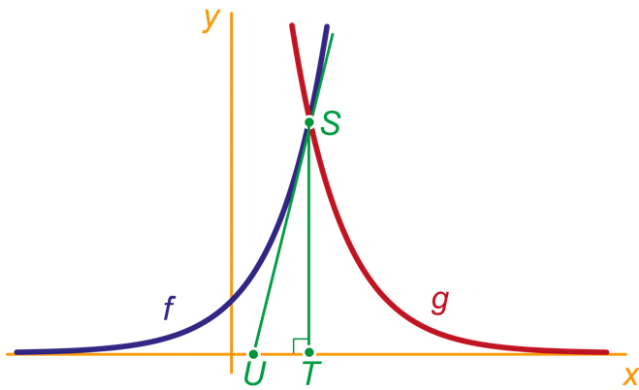
• $\ln(x) = -\ln(x) + 4$

• ${}^2 \log(x + 75) = 4 + {}^2 \log(x)$

Schrijf je antwoorden zo eenvoudig mogelijk.



- 4 Hieronder staan de grafieken van de functies $f: x \rightarrow e^x$ en $g: x \rightarrow e^{3-x}$.



- a Hoe ontstaat de grafiek van g uit die van $h: x \rightarrow e^{-x}$ door verschuiven? En door vermenigvuldigen? Bewijs je antwoord.

De raaklijnen aan de beide grafieken in het snijpunt S en de x -as sluiten een driehoek in.

- b Bereken de oppervlakte van de driehoek exact.

Een horizontale lijn snijdt de grafieken in twee punten met afstand 6.

- c Geef een vergelijking van die lijn. (Twee mogelijkheden!)

- 5 We bekijken alle mogelijke functies met een formule van de vorm $y = x^p \cdot \ln(x)$, waarbij p elk reëel getal mag zijn.

- a Neem $p = 3$ en toon aan dat het exacte minimum van de functie $-\frac{1}{3e}$ is.

Voor welke waarde van x wordt dit minimum bereikt?

- b Bereken exact voor welke waarde van p het buigpunt van de grafiek x -coördinaat 1 heeft.

- 6 f is de functie met $f(x) = x + 3^{-x}$.

- a Teken de grafiek op de GR.

Je ziet dat de grafiek voor grote x bijna een rechte lijn is.

- b Verklaar dit uit de formule van $f(x)$.

- c Toon aan dat ${}^3 \log(\ln(3))$ de exacte waarde van x is, waarvoor het minimum van $f(x)$ bereikt wordt.