23.0 INTRO

1 **a** -
b De boven- en ondergrens van de aerobe zone: bij 15 jaar tussen 143 en 175.

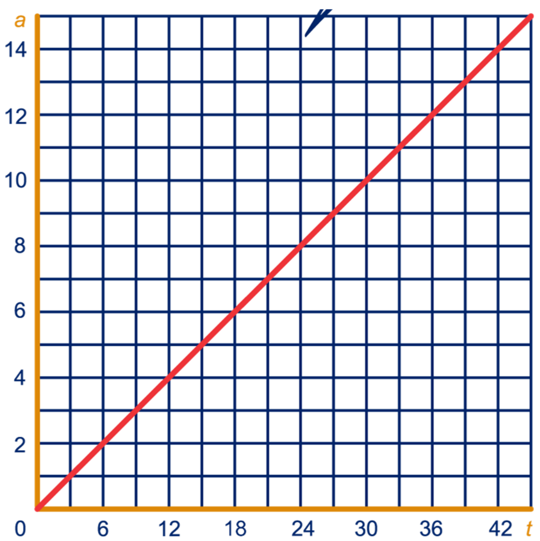
2 Op plaats 503.

23.1 VERBANDEN IN DE PRAKTIJK

3 **a** $12:3=4$ km
b

t	0	6	12	15	18	36
a	0	2	4	5	6	12

c



4 **a** $119 \cdot 8 : 5 = 190{,}4$ km
b

afstand in miles	10	20	50	70	85
afstand in kilometers	16	32	80	112	136

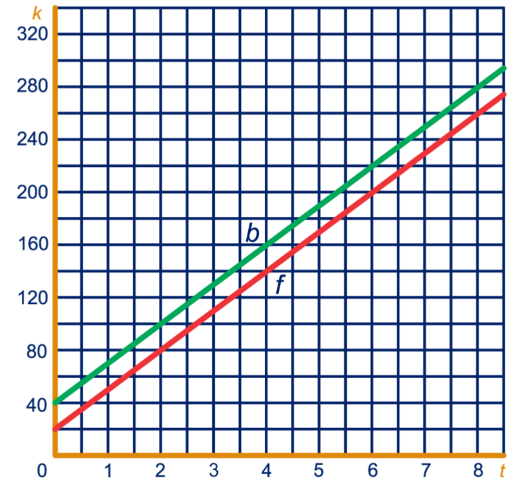
c $k = \frac{8}{5} \cdot m$

5 **a** $100 \cdot 0{,}3 = 30$ euro kost de jas.
b broek: $60 \cdot 0{,}3 = 18$ euro ;
trui: $35 \cdot 0{,}3 = 10{,}50$ euro
c $15 : 0{,}3 = 50$ euro
d $n = 0{,}3 \cdot o$

6 **a** Hij rekent $6 \cdot 30 + 40 = 220$ euro.
b

t	0	0,5	1	2	3,5	5	8
k	40	55	70	100	145	190	280

cf

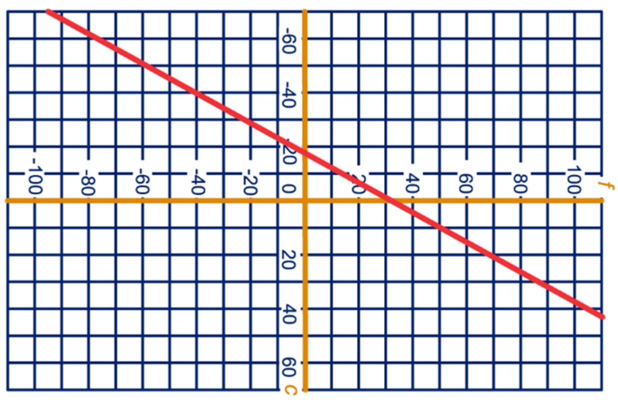


d $k = 30 \cdot t + 40$
e $k = 30 \cdot t + 20$
g Elk punt van de eerste grafiek gaat 20 eenheden omlaag.
h De lijn loopt dan minder stijl omhoog.
i Ton en Paul rekenen evenveel bij 2 uur werk. Ton is goedkoper als een klus korter duurt dan 2 uur en Paul is goedkoper als een klus langer duurt dan 2 uur.

7 **a** 25 °C ; 77 °F.
b Halverwege 32 °F en 212 °F: dus
$\frac{32+212}{2} = 122$ °F.
c Een temperatuurstijging van 10 °C komt overeen met een temperatuurstijging van 18 °F.
d Met $18 : 10 = 1{,}8$ °F.
e 0 °C : $0 \cdot 1{,}8 + 32 = 0 + 32 = 32$ °F, klopt
50 °C : $50 \cdot 1{,}8 + 32 = 90 + 32 = 122$ °F, klopt
100 °C : $100 \cdot 1{,}8 + 32 = 180 + 32 = 212$ °F, klopt
f

c	-10	10	30	50
f	14	50	86	122

g



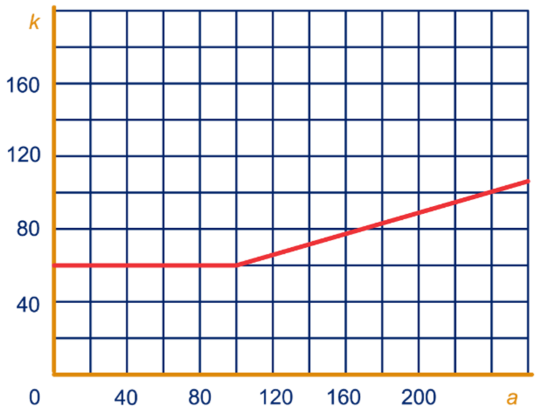
h Omdat bij elke temperatuurstijging van 1 °C de temperatuur in °F met 1,8 stijgt.
i Bij -40 °C.
j $f = 1{,}8 \cdot c + 32$

8 a Hij moet 60 + 60·0,30 = 78 euro betalen.

b

a	0	50	100	150	160	200	250
k	60	60	60	75	78	90	105

c



d Als $a \leq 100$, dan $k = 60$
Als $a > 100$, dan $k = 60 + 0{,}3\cdot(a - 100)$

e 99 – 60 = 39 euro extra.
39 : 0,3 = 130 extra km.
Dus bij 100 + 130 = 230 km.

9 a Iets minder dan 20 meter.

b Ongeveer 170 meter. Zie licht blauwe pijlen in de grafiek bij **g**. Je moet wel eerst de grafiek van de auto doortrekken.

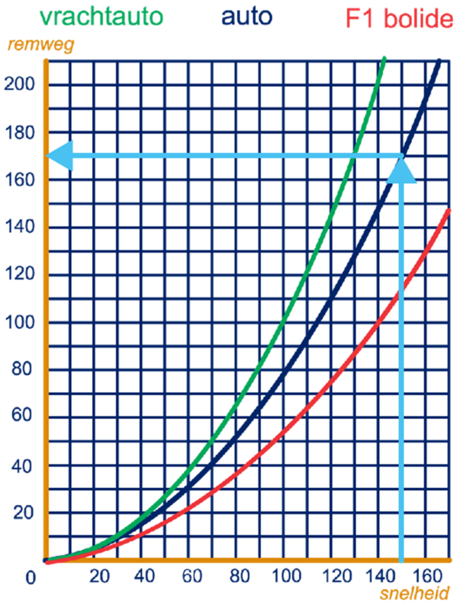
c Ongeveer 120 km/u.

d $(80:10)^2 \cdot \frac{3}{4} = 48$ m ; $(40:10)^2 \cdot \frac{3}{4} = 12$ m

e $r = \left(\frac{v}{10}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{v^2}{100} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{400} \cdot v^2$

f Het klopt redelijk. De formule geeft bij een snelheid van 120 km/u een remweg van $\frac{3 \cdot 120^2}{400} = 108$ meter.

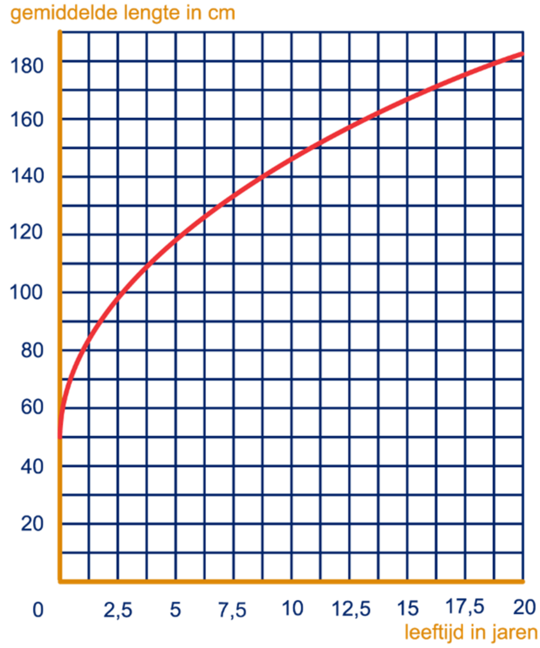
g



10 a

l	0	5	10	15	20
h	50	117	145	166	184

b



c De gemiddelde de lengte van jongens van 12 jaar is 154 cm. Karel is $\frac{9}{154} \cdot 100\% \approx 6\%$ korter dan gemiddeld. Dus de schoolarts maakt zich geen zorgen.

d Bij een leeftijd van 15 jaar zijn de meisjes gemiddeld 150 cm. De procentuele toename is dus $\frac{20}{130} \cdot 100\% \approx 15\%$.

23.2 VERBANDEN IN RECHTHOEKEN

11 a 2·6 + 2·4 = 20 cm

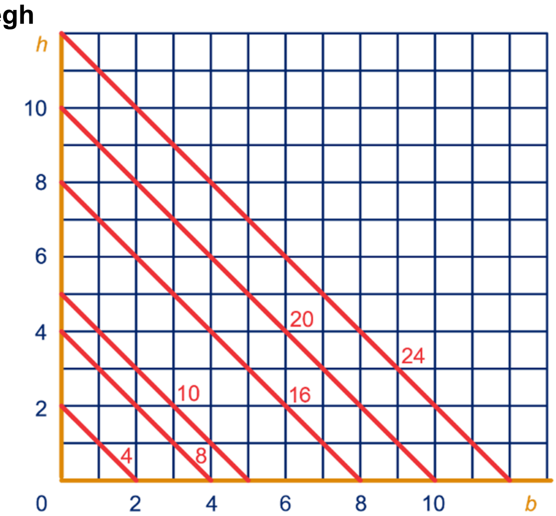
b Bijvoorbeeld 3 bij 7 cm.

c

b	8	6	6,5	4	9	2	0,5
h	2	4	3,5	6	1	8	9,5

d $h = 10 - b$ (of $2h = 10 - 2b$)

egh



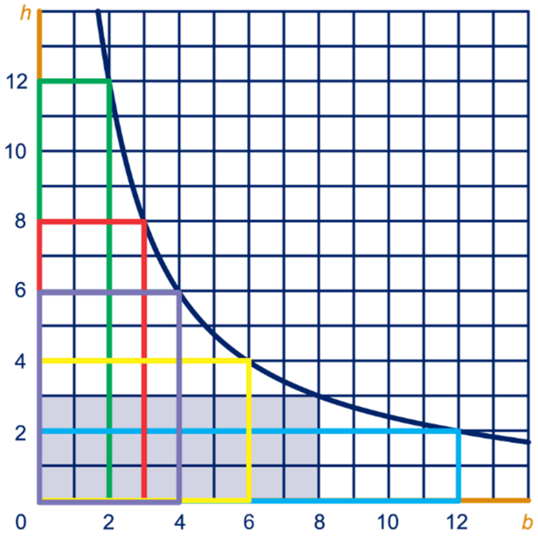
f $b + h = 5$ (of $2b + 2h = 10$ of $h = 5 - b$)

12 a 3 bij 8, 2 bij 12, 1 bij 24

b

b	12	3	4	6	1	16	5
h	2	8	6	4	24	1,5	4,8

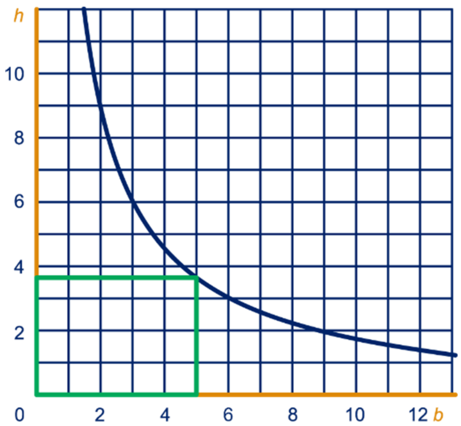
c



d $b \cdot h = 24$

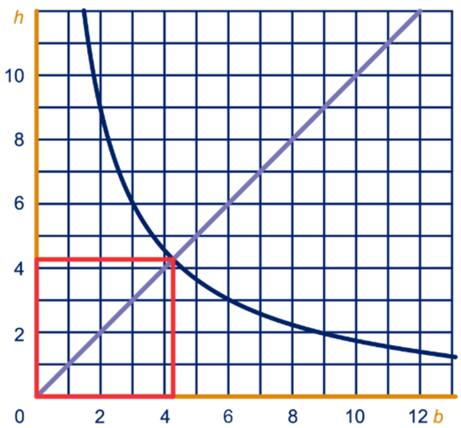
13 a $b \cdot h = 18$

b



c $h = 18 : 5 = 3{,}6$

d Teken als hulplijn de lijn waarop alle punten liggen waarvan de eerste en de tweede coördinaat gelijk zijn.



e $b^2 = 18$, dus $b = \sqrt{18} \approx 4{,}2$ cm.

14 a I: Oppervlakte is $3 \cdot 2 = 6$.

II: Oppervlakte is $6 \cdot 2 = 12$.

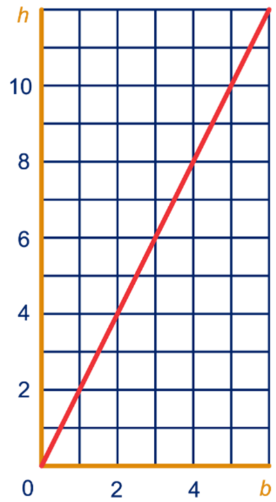
III: Oppervlakte is $10 \cdot 3 = 30$.

15 a Bijvoorbeeld de rechthoek met basis 4 en hoogte 8.

b

b	5	7,5	4,5	2,25	1,5
h	10	15	9	4,5	3

c



d $h = 2b$

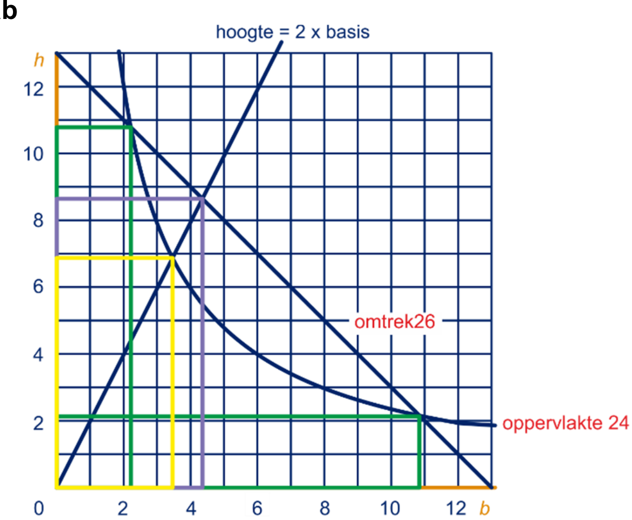
e Bijvoorbeeld een rechthoek met basis en 9 en hoogte 3 en een rechthoek met basis 3 en hoogte 1.

f Vierkanten.

16 a De hyperbool past bij de rechthoeken met een oppervlakte van 18. De rechte lijn past bij rechthoeken die twee keer zo hoog als breed zijn. Het snijpunt van de hyperbool en de rechte lijn geeft dus de afmetingen van de gezochte rechthoek.

b 3 bij 6.

17 ab



c 10,8 bij 2,2 of 2,2 bij 10,8 (zie groene rechthoeken)

3,5 bij 6,8 (zie gele rechthoek)

4,3 bij 8,7 (zie paarse rechthoek)

23.3 MET TWEE VARIABELEN

18 Het lange stuk is $5\frac{5}{6}$ meter en het korte stuk $1\frac{1}{6}$ meter.

19 Het lange stuk is $3\frac{1}{4}$ meter en het korte stuk $\frac{3}{4}$ meter.

20 Het lange stuk is $6\frac{1}{2}$ meter en het korte stuk $4\frac{1}{2}$ meter.

21 a Het lange stuk touw is $2\frac{1}{2}$ meter langer dan het korte. Dus $l = k + 2\frac{1}{2}$.

b We kunnen de vergelijking $l + k = 4$ dus ook schrijven als $k + 2\frac{1}{2} + k = 4$. Hieruit volgt dat $k = \frac{3}{4}$. En dus $l = \frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{4}$.

22 a Het lange en de drie korte stukken zijn samen 20 meter, dus $l + 3k = 20$.
Het lange stuk is 2 meter langer dan het korte, dus $l = k + 2$.

b We kunnen de vergelijking $l + 3k = 20$ ook schrijven als $k + 2 + 3k = 20$. Hieruit volgt dat $4k = 18$, dus $k = 4\frac{1}{2}$ en dus $l = 4\frac{1}{2} + 2 = 6\frac{1}{2}$.

23 a $\begin{cases} 2l + 3k = 33 \\ l = 4k \end{cases}$

b $2 \cdot 4k + 3k = 33$
$11k = 33$
$k = 3$ en dus $l = 4k = 12$.

24 Een touw van 30 meter wordt in twee lange stukken en een kort stuk geknipt. Een lang stuk is 3 meter langer dan een kort stuk.
$2l + l - 3 = 30$
$3l = 33$
$l = 11$ en dus $k = l - 3 = 8$.

25 Het lange stuk is 2 meter langer dan het korte.
Of het lange touw is $1\frac{1}{2}$ keer zo lang als het korte.

26 a $h + b = 13$ en $h = 2b$

b $2b + b = 13$
$3b = 13$
$b = 4\frac{1}{3}$ en dus $h = 2b = 8\frac{2}{3}$.

c $h + b = 16$ en $b = 4h$
$h + 4h = 16$
$5h = 16$
$h = 3\frac{1}{5}$ en dus $b = 4h = 12\frac{4}{5}$.

27 $4x + 2 \cdot 6x = 52$
$16x = 52$
$x = 3\frac{1}{4}$ en dus $y = 6x = 19\frac{1}{2}$.

$5x + x - 7 = 49$
$6x = 56$
$x = 9\frac{1}{3}$ en dus $y = 9\frac{1}{3} - 7 = 2\frac{1}{3}$.

28 $x + 2x + 5x + 9x = 136$
$x = 8$
Paul is 8 jaar, zijn broer $2 \cdot 8 = 16$ jaar, zijn vader $5 \cdot 8 = 40$ jaar en zijn opa $9 \cdot 8 = 72$ jaar.

29 Noem de leeftijd van de man x, van de zoon y en van de kleinzoon z.
$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ x = y + 24 \\ z = y - 35 \end{cases}$
$y + 24 + y + y - 35 = 100$
$3y = 111$
$y = 37$
Dus de man is 37 + 24 = 61 jaar, zijn zoon 37 jaar en zijn kleinzoon 37 – 35 = 2 jaar.

30 Noem het aantal goedkope kaartjes x en het aantal dure kaartjes y.
$\begin{cases} 20x + 35y = 6525 \\ x = 2y \end{cases}$
$20 \cdot 2y + 35y = 6525$
$75y = 6525$
$y = 87$ en dus $x = 2 \cdot 87 = 174$
Er zijn in totaal 87 + 174 = 261 kaartjes verkocht.

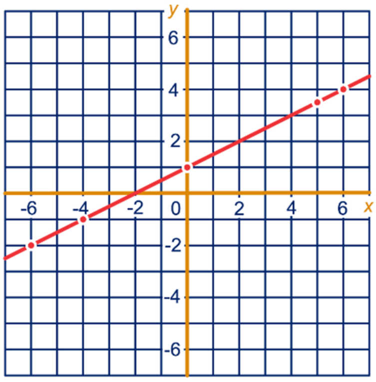
31 Noem het aantal lopers dat voor Gerard eindigde x en het aantal dat achter Gerard eindigde y.
$\begin{cases} x + y + 1 = 2009 \\ y = 3x \end{cases}$
$x + 3x + 1 = 2009$
$4x = 2008$
$x = 502$
Dus Gerard eindigde op plaats 502 + 1 = 503.

23.4 VERBANDEN IN HET VLAK

32 a

1e coördinaat	-6	-3	0	2	5	6
2e coördinaat	-2	-0,5	1	2	3,5	4

b



c $y = \frac{1}{2}x + 1$

d $y = \frac{1}{2} \cdot 100 + 1 = 51$

e $x = (100 - 1) \cdot 2 = 198$

f $y = \frac{1}{2} \cdot -\frac{2}{3} + 1 = \frac{2}{3}$, dus voldoet.

$y = \frac{1}{2} \cdot 4\frac{1}{2} + 1 \neq 3$, dus voldoet niet.

$y = \frac{1}{2} \cdot -10 + 1 \neq -6$, dus voldoet niet.

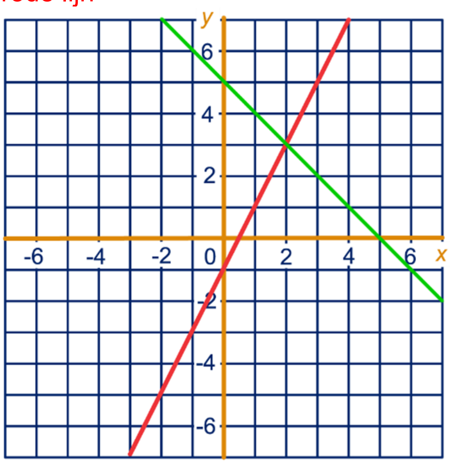
$y = \frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{5} + 1 \neq 2\frac{1}{5}$, dus voldoet niet.

33 a

x	-1	0	1	2	3	4
y	-3	-1	1	3	5	7

b $y = (x - 3) \cdot 2 + 5$ ofwel $y = 2x - 1$

c rode lijn



d $17 = 2x - 1$
$18 = 2x$
$x = 9$

$-17 = 2x - 1$
$-16 = 2x$
$x = -8$

34 a $y = -x + 5$

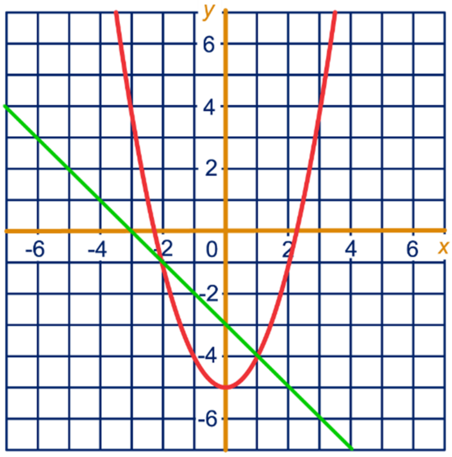
b Zie groene lijn assenstelsel opgave **33c**.

c De eerste coördinaat van het snijpunt van de lijnen $y = 2x - 1$ en $y = -x + 5$.
Aflezen geeft $x = 2$.

35 a

x	-6	-3	0	2	4	6
y	3	0	-3	-5	-7	-9

b groene lijn



c $x + y = -3$

d $(-1\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2})$

36 a $y = x^2 - 5$

b $1 = x^2 - 5$
$6 = x^2$
$x = \sqrt{6}$ of $x = -\sqrt{6}$

c

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	4	-1	-4	-5	-4	-1	4

d Zie rode grafiek assenstelsel opgave **35b**.

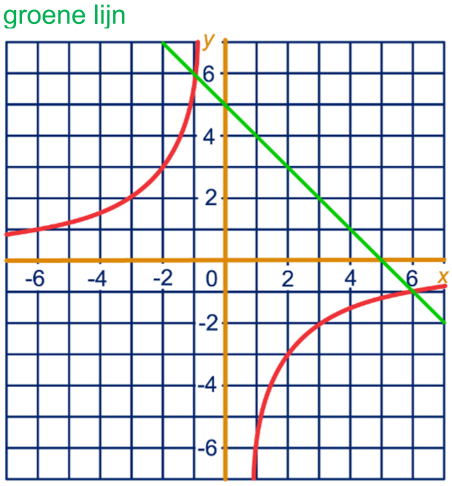
e (1,-4) en (-2,-1)

37 a De som van de coördinaten is gelijk aan 5.

b

x	-2	-1	0	1	2	3
y	7	6	5	4	3	2

c groene lijn



38 a Het product van de coördinaten is gelijk aan -6.

b

x	-6	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	6
y	1	1,5	2	3	6	-6	-3	-2	-1,5	-1

c Zie rode grafiek assenstelsel opgave **37c**.

d (6,-1) en (-1,6)

e $6y = -66$
$y = -11$

f $2\frac{2}{5} \cdot y = -6$
$12y = -30$
$y = -30 : 12 = -2\frac{1}{2}$

g Omdat er geen enkele waarde is voor y waarvoor geldt $0 \cdot y = -6$.

39 A: IV; B: II; C: I; D:III

40 a Vermenigvuldig met $\frac{1}{2}$.
Tel er 3 bij op.

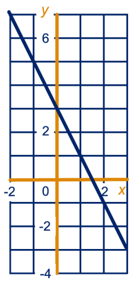
b $y = \frac{1}{2}x + 3$

c Tel er 6 bij op.
Vermenigvuldig met $\frac{1}{2}$.

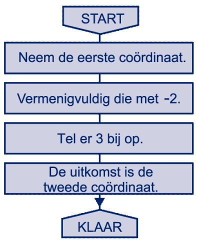
d $y = \frac{1}{2}(x + 6)$

e $\frac{1}{2}x + 3 = \frac{1}{2}(x + 6)$

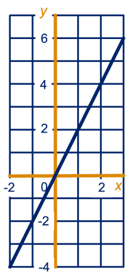
41abc



x	-2	-1	0	1	2	3
y	7	5	3	1	-1	-3

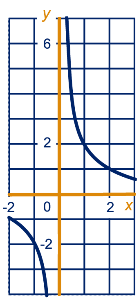


de som van y en het dubbele van x is 3
$y = -2x + 3$



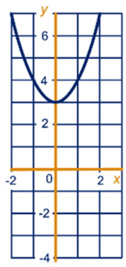
x	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	-2	0	2	4	6

y is gelijk aan het dubbele van x
$y = 2x$



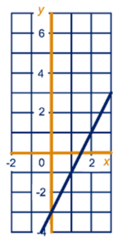
x	-2	-1	0	1	2	3
y	-1	-2	-	2	1	2/3

het product van x en y is 2
$xy = 2$ of $y = 2/x$



x	-2	-1	0	1	2	3
y	7	4	3	4	7	12

y is 3 groter dan het kwadraat van x
$y = x^2 + 3$

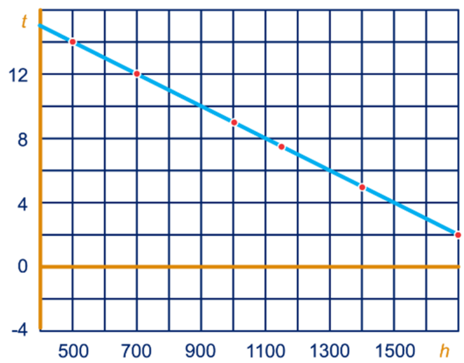


x	-2	-1	0	1	2	3
y	-7	-5	-3	-1	1	3

y is 3 minder dan het dubbele van x
$y = 2x - 3$

23.5 GEMENGDE OPGAVEN

42 a

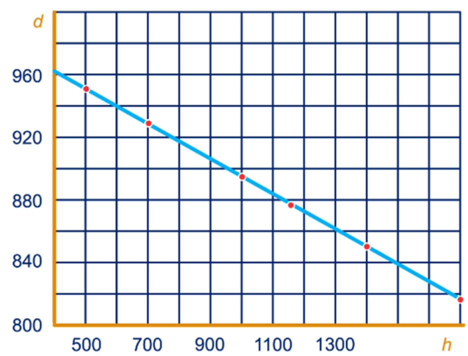


b 1900 meter

c Elke 100 meter stijging, daalt de temperatuur 1 °C.

d $t + \frac{1}{100} \cdot h = 19$

e



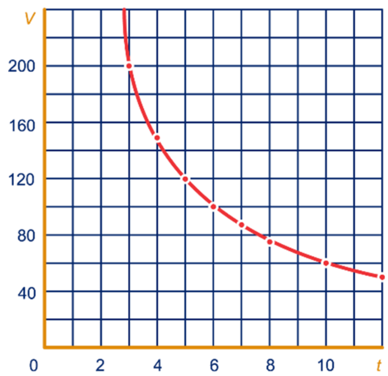
43 a 600 : 8 = 75 km/u

b

t	3	4	5	6	7	8	10	12
v	200	150	120	100	$85\frac{5}{7}$	75	60	50

c $v = \dfrac{600}{t}$

d

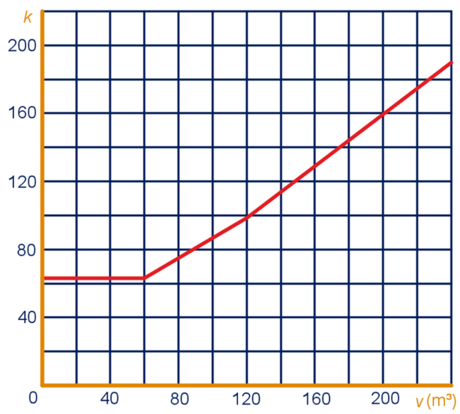


e 600 : 110 ≈ 5 uur en 27 min
600 : 100 = 6 uur
De Vrij deed er vorig jaar ongeveer 33 minuten korter over.

44 a Om verspilling af te straffen.
b 63 + 60·0,59 = 98,40 gulden
63 + 90·0,59 + 30·0,82 = 140,70 gulden
c

v	0	30	60	90	120	150	180	210
k	63	63	63	80,7	98,4	116,1	140,7	165,3

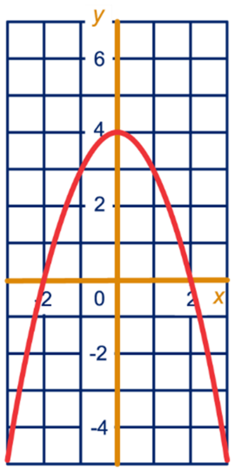
d



e Als $v \leq 60$, dan $k = 63$
Als $60 < v \leq 150$, dan $k = 63 + 0{,}59\cdot(v - 60)$
Als $150 < v$, dan $k = 116{,}1 + 0{,}82\cdot(v - 150)$

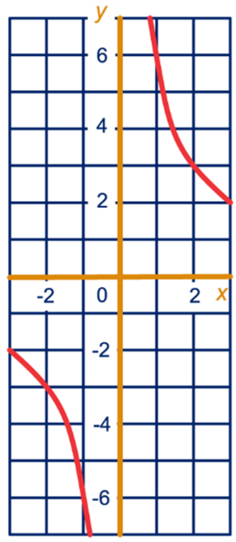
45 a

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	0	3	4	3	0	-5



b

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-2	-3	-6	-	6	3	2



SUPER OPGAVEN

5 a

veelvlak	grensvlakken	hoekpunten	ribben
4-vlak	4	4	6
6-vlak	6	8	12
8-vlak	8	6	12
12-vlak	12	20	30
20-vlak	20	12	30

b $G + H = R + 2$
c Het 32-vlak heeft:
(12·5 + 20·6) : 3 = 60 hoekpunten
(12·5 + 20·6) : 2 = 90 ribben
Er geldt: 32 + 60 = 90 + 2.
Dus de formule van Euler geldt voor het 32-vlak.
d Een n-zijdige piramide heeft:
$n + 1$ grensvlakken, $n + 1$ hoekpunten en $2n$ ribben. Dus $G + H = n + 1 + n + 1 = 2n + 2$ en $R + 2 = 2n + 2$.
Dus de formule van Euler geldt voor een willekeurige piramide.

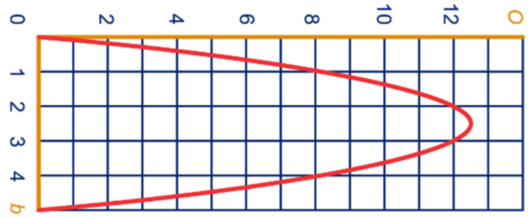
Een n-zijdig prisma heeft:
$n + 2$ grensvlakken, $2n$ hoekpunten en $3n$ ribben.
Dus $G + H = n + 2 + 2n = 3n + 2$ en
$R + 2 = 3n + 2$.
Dus de formule van Euler geldt voor een willekeurig prisma.

9 a De breedte is b. Omdat de boer 10 meter gaas heeft, is de lengte van de ren $10 - 2b$.
De oppervlakte is gelijk aan breedte × lengte, dus $O = b\cdot(10 - 2b)$.

b

b	0	1	2	3	4	5
O	0	8	12	12	8	0

c

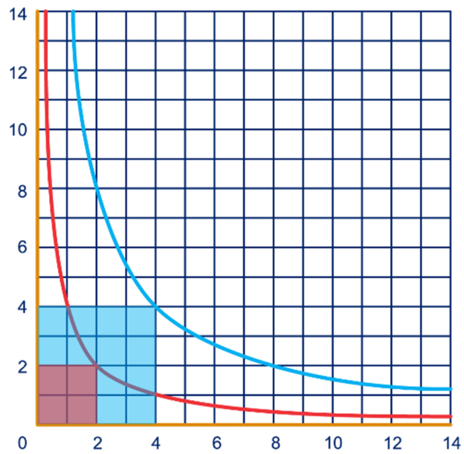


d De grafiek is symmetrisch. Uit de grafiek lees je af dat de oppervlakte het grootst is als de breedte $2\frac{1}{2}$ meter is.

De lengte is dan $10 - 2 \cdot 2\frac{1}{2}$ = 5 meter.

13 a De oppervlakte is 4.

b



c $b \cdot h = 16$

d $b \cdot h = 4n^2$

24 Een touw van 30 meter wordt in twee lange stukken en vijf kort stukken geknipt. Een lang stuk is 2 meter langer dan een kort stuk.

$2l + 5(l-2) = 30$

$2l + 5l - 10 = 30$

$7l = 40$

$l = 5\frac{5}{7}$ en dus $k = l - 2 = 3\frac{5}{7}$.

25 Een lang stuk is $4\frac{1}{2}$ meter langer dan een kort stuk.
OF
Een lang stuk is 10 keer zo lang als een kort stuk.

27 $4x + 2(3x - 7) = 18$
$10x - 14 = 18$
$10x = 32$
$x = 3\frac{1}{5}$ en dus $y = 3 \cdot 3\frac{1}{5} - 7 = 2\frac{3}{5}$.

28 Noem het gewicht, in gram, van een oliebol *x* en van een appelflap *y*.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 221 \\ 3x = 4y \end{cases}$$

De oplossing van dit stelsel is niet eenvoudig te berekenen. Maar als $2x + 3y = 221$, dan geldt $8x + 12y = 884$. Zo krijg je het volgende stelsel vergelijkingen dat eenvoudiger is op te lossen.

$$\begin{cases} 8x + 12y = 884 \\ 3x = 4y \end{cases}$$

$8x + 9x = 884$, dus $17x = 884$, dus $x = 52$, een oliebol weegt 52 gram.

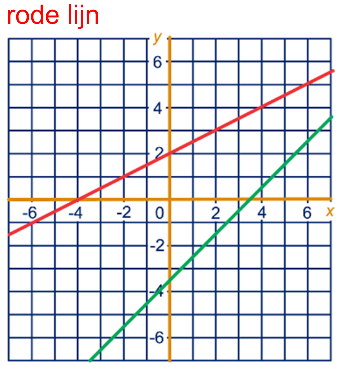
33 $2x + 1 \rightarrow 4x + 3 \rightarrow 8x + 7 \rightarrow 16x + 15$, dus $y = 16x + 15$.

39 Tel er 2 bij op.
Kwadrateer de uitkomst.
Neem het tegengestelde.

23.7 EXTRA OPGAVEN

1 a $-x + 2y = 4$

b rode lijn



c (4,4)

d Zie groene lijn bovenstaand assenstelsel.

e $y = (-2x + 7) : -2$ ofwel $y = x - 3\frac{1}{2}$

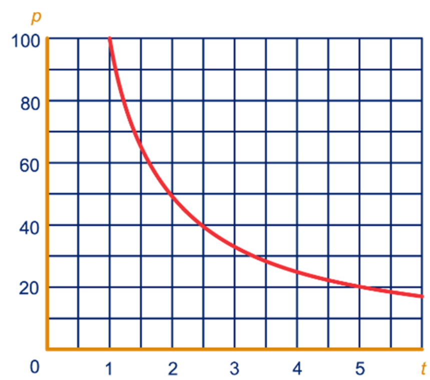
f $-x + 2(x - 3\frac{1}{2}) = 4$

$x - 7 = 4$

$x = 11$, dan $y = 11 - 3\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$.

Punt $(11, 7\frac{1}{2})$.

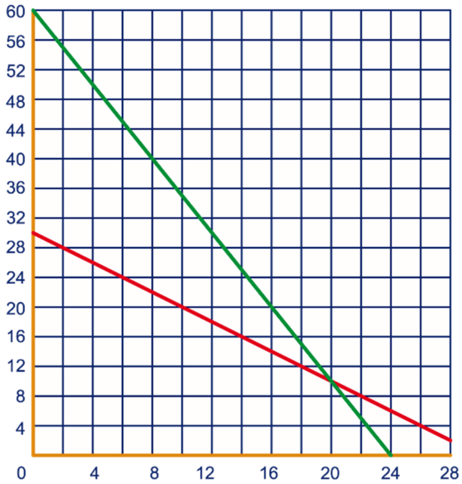
2 a



b (halve) hyperbool

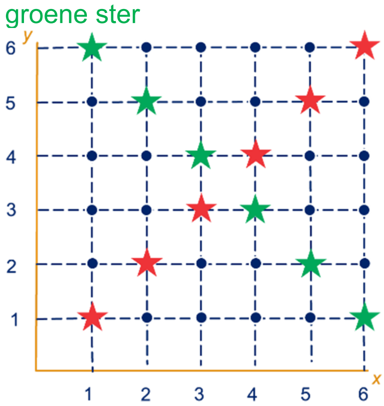
3 a $x + y = 30$ rode lijn
$0{,}25x + 0{,}1y = 6$ groene lijn

b



c 20 flessen cola en 10 flessen cassis.

4 a groene ster



b $x + y = 7$

c De kans is $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

d Zie de rode sterren in het assenstelsel.

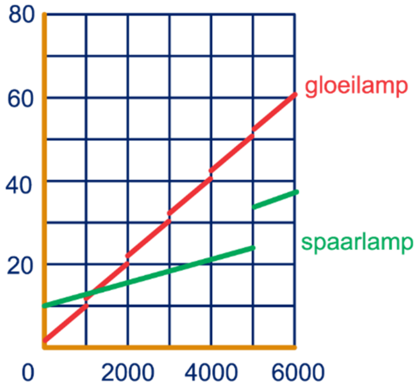
e $x = y$

5 a Het aantal liter rode verf noemen we x, het aantal liter blauwe verf y.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x = 3y \end{cases}$$

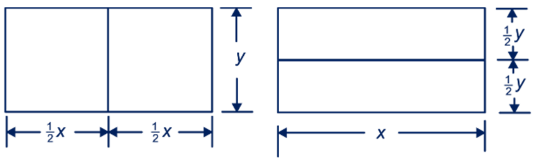
b $3y + y = 7$
$4y = 7$, dus $y = 1\frac{3}{4}$
$x = 3 \cdot 1\frac{3}{4} = 5\frac{1}{4}$
Dus $5\frac{1}{4}$ liter rode verf en $1\frac{3}{4}$ liter blauwe verf.

6 ab



c Ongeveer bij 1300 branduren.
d Bij 1250 branduren.
e Omdat een lamp in de schuur weinig gebruikt wordt.

7



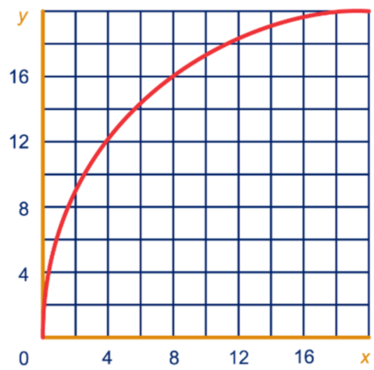
Omtrek van een rechthoek van Els: $x + 2y = 40$
Omtrek van een rechthoek van Fiona: $y + 2x = 50$
Uit de twee vergelijkingen volgt: $3x + 3y = 90$,
dus $x + y = 30$.
Dus de omtrek van het velletje is
$2x + 2y = 2 \cdot 30 = 60$ cm.

8 a $y^2 + (20 - x)^2 = 400$

b

x	0	4	8	12	16	20
y	0	12	16	18,3	19,6	20

c



9 a $x \cdot y = x + y$

b $x \cdot 4 = x + 4$
$3x = 4$
$x = 1\frac{1}{3}$

c $-1 \cdot y = -1 + y$
$1 = 2y$
$y = \frac{1}{2}$

d $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$

e $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ vermenigvuldigen met xy geeft
$y + x = xy$