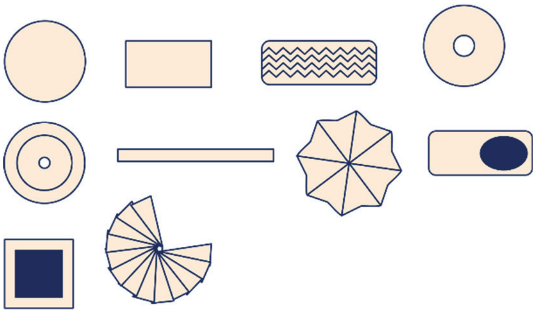
H25 RUIMTELIJKE FIGUREN IN HET PLAT HAVO

25.0 INTRO

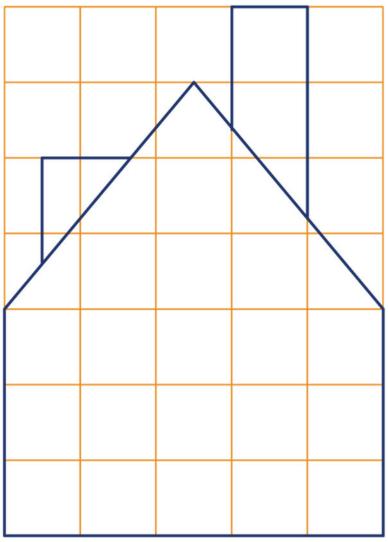
1



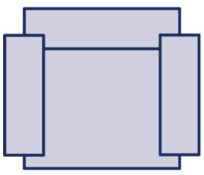
2 **a** Meestal niet.
b Nee.
c Een basketbal en een voetbal wel; de rugbybal en de andere twee niet.
d Nee.
e Ja (beide perfect rond).
f Ja (nauwkeurig op schaal nagemaakt).
g Ja (de zijden zijn 16 keer zo groot).

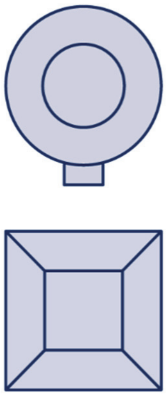
25.1 AANZICHTEN

3

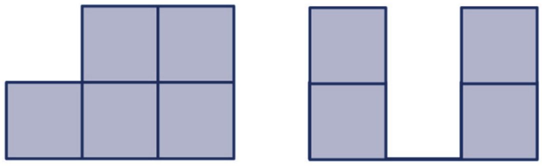


4

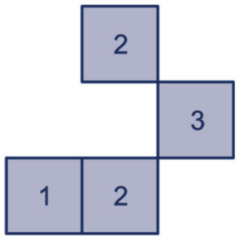


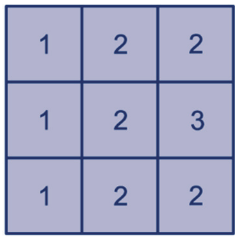


5 **a**

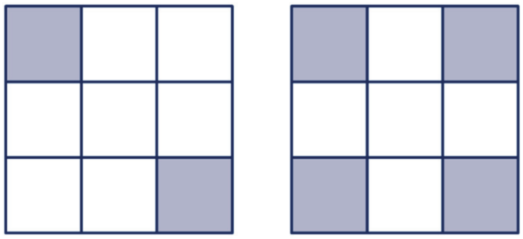


bc minstens 8 hoogstens 16



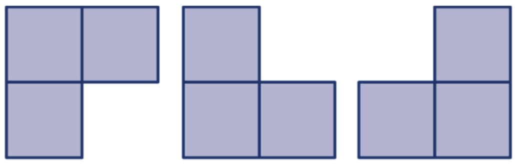


6 minstens 2 hoogstens 4

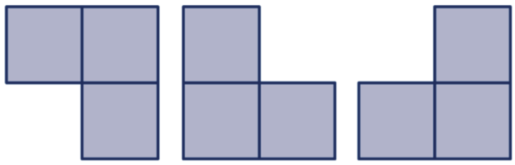


Er zijn 7 mogelijkheden, namelijk 2 mogelijkheden met twee kubusjes, 4 mogelijkheden met drie kubusjes en 1 mogelijkheid met vier kubusjes.

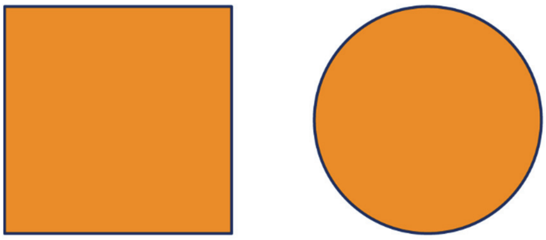
7 **a**



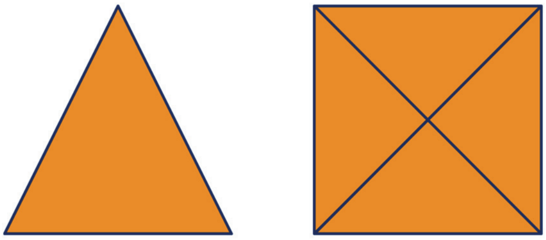
b



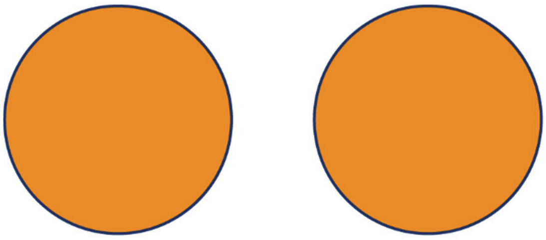
8 a



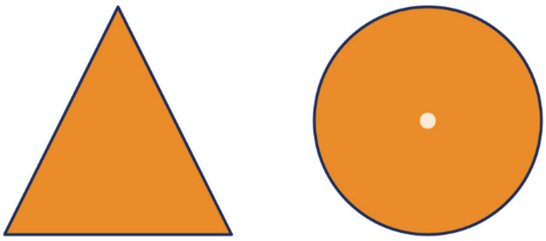
b



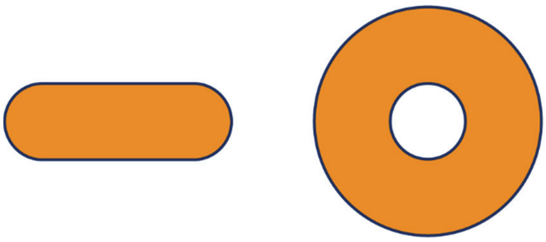
c



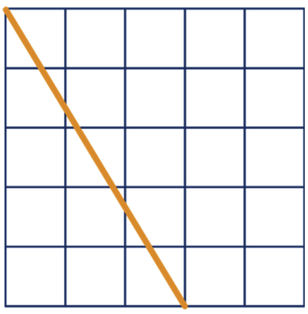
d



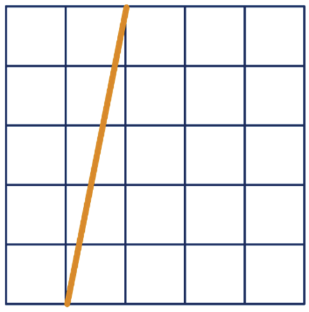
e



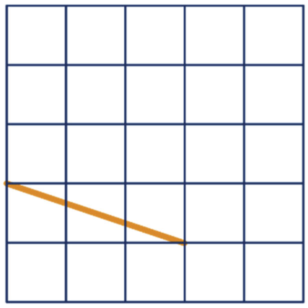
9 a



b



c



d Lengte stok vooraanzicht is $\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$,
lengte stok zijaanzicht is $\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$,
lengte stok bovenaanzicht is $\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.

e Lengte stok is $\sqrt{3^2+5^2+1^2}=\sqrt{35}$.

10 a

b Nee; dat blijkt uit het bovenaanzicht.

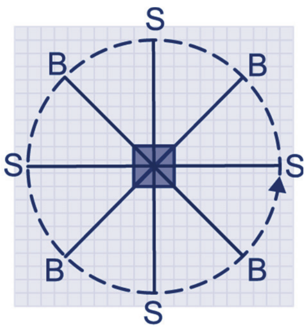
c In het bovenaanzicht.

d Lengte lijnstuk 1 en 5 is $\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$,
lengte lijnstuk 2 en 4 is $\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}$,
lengte lijnstuk 3 is $\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}$.

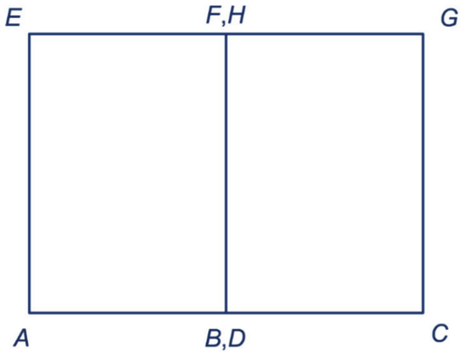
11 a

b

12



13 a

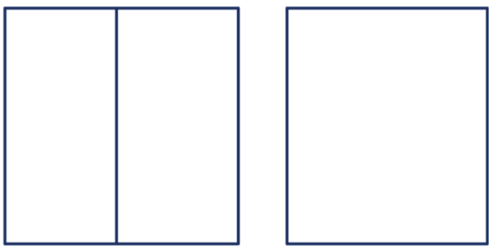


De breedte *AC* is $\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ cm, dat is ongeveer 5,7 cm.

b Die zijn allemaal $4\sqrt{2}:2=2\sqrt{2}$ cm.

c In de richting van een binnendiagonaal, bijv. *FD*.

14 a

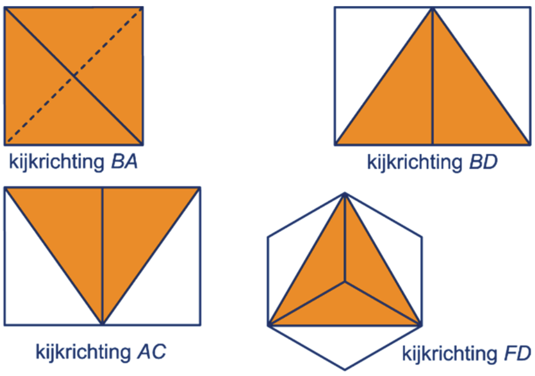


De breedte van het zijaanzicht is $\sqrt{3^2-1{,}5^2}\approx 2{,}6$ cm.

b Op ware grootte: *AD*, *BE* en *CF*.
Als een punt: *AC* en *DF*.

15 a $\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ cm

b

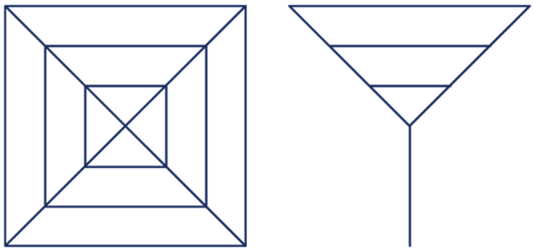


kijkrichting *BA* — kijkrichting *BD* — kijkrichting *AC* — kijkrichting *FD*

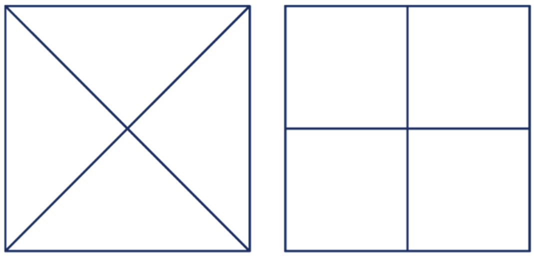
c Vier, namelijk: *AC*, *AF*, *HC* en *HF*.

d Als een punt: *FH*.
Op ware grootte: *AC*.

16



17



25.2 GELIJKVORMIGHEID

18 a A4-tje: 210 bij 297 mm
A5-je: 149 bij 210 mm

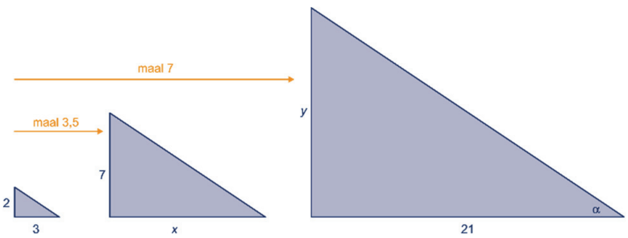
b 297 : 210 ≈ 1,41 en ook 210 : 149 ≈ 1,41.

19 Nee, want ze zijn niet even lang, terwijl hun hoofden wel even groot zijn!

20 229 : 162 ≈ 1,41
324 : 229 ≈ 1,41
340 : 240 ≈ 1,42
371 : 262 ≈ 1,42
De verhoudingen zijn nagenoeg gelijk; dus zijn de enveloppen praktisch gelijkvormig.

21 De hoogtes verhouden zich als 80 : 56 ≈ 1,43.
De breedtes verhouden zich als 140 : 131 ≈ 1,07.
De lengtes verhouden zich als 200 : 146 ≈ 1,37.
Deze verhoudingen zijn erg verschillend, dus zijn de dozen niet gelijkvormig.

22 a



De schaduw van de lantaarnpaal is:
$x = 3 \cdot 3{,}5 = 10{,}5$ m.

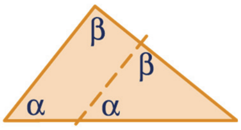
b De boom is $y = 2 \cdot 7 = 14$ m hoog.

c $\tan(\alpha) = \frac{2}{3}$, dus $\alpha \approx 33{,}7°$.

23 a $\angle B = 180° - 36° - 79° = 65°$
$\angle R = 180° - 36° - 65° = 79°$
$\angle A = \angle P$ en $\angle B = \angle Q$ en $\angle C = \angle R$.
Gelijke hoeken, dus zijn de driehoeken gelijkvormig.

b De gelijkvormigheidsfactor is $\frac{24}{16} = 1\frac{1}{2}$.
$PQ = 1\frac{1}{2} \cdot 26 = 39$; $AC = 35 : 1\frac{1}{2} = 23\frac{1}{3}$

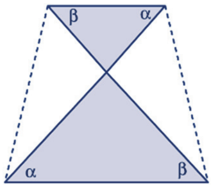
24 a Vanwege evenwijdigheid zijn de twee hoeken α gelijk en ook de twee hoeken β (F-hoeken). En als twee driehoeken dezelfde hoeken hebben zijn ze gelijkvormig.



b De factor is $\frac{3}{5}$.

c $\frac{3}{5} \cdot 6 = 3{,}6$ en $6 - 3{,}6 = 2{,}4$

25 a Omdat twee zijden van het trapezium evenwijdig zijn, zijn de twee hoeken α gelijk en ook de twee hoeken β (Z-hoeken). En als twee driehoeken dezelfde hoeken hebben zijn ze gelijkvormig.



b De factor is $\frac{3}{5}$.

c Het grootste stuk is $\frac{5}{8}$ van 6, dat is 3,75;
en het kleinste is $\frac{3}{8}$ van 6, dat is 2,25.

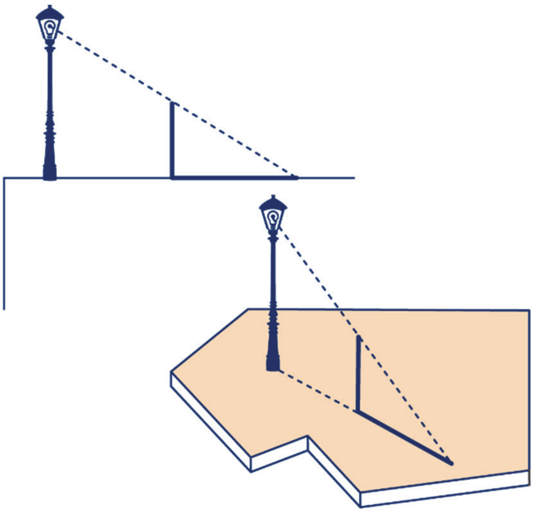
26 a Gelijkvormigheidsfactor is $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
Dus $x = \frac{1}{3}(x+2)$, dus $3x = x + 2$. Dus $x = 1$.

b Gelijkvormigheidsfactor is $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$. Dus $y = 2x$.
Dus $x = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3$ en $y = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6$.

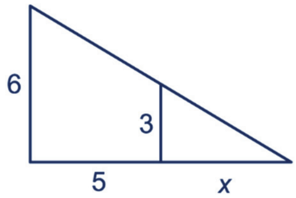
25.3 SCHADUWEN

27 a Korter.

b



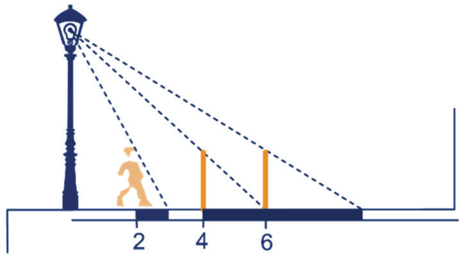
c



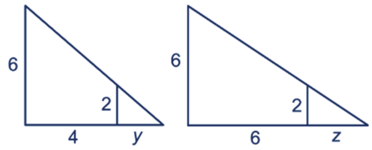
De lengte van de schaduw noemen we x, zie plaatje. De hele driehoek is gelijkvormig met de kleine. De vergrotingsfactor is $\frac{6}{3} = 2$.
Dus $2 \cdot x = 5 + x$, dus
$x = 5$ meter.

28 a Noem de lengte van de schaduw x.
$\frac{6}{2} \cdot x = 2 + x$
$2x = 2$
$x = 1$ meter

b

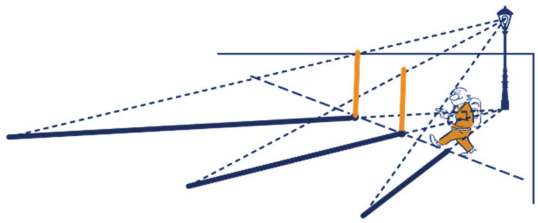


c Noem de lengte van de schaduwen y en z.
$\frac{6}{2} \cdot y = 4 + y$
$2y = 4$
$y = 2$ m

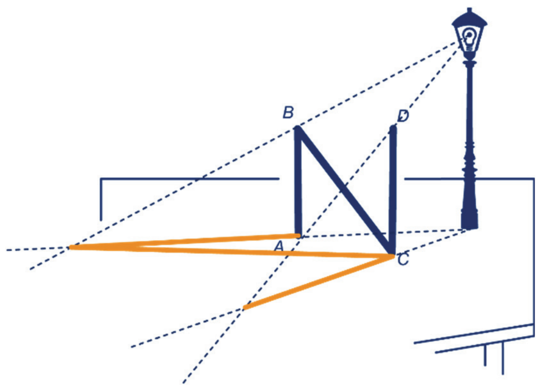


$\frac{6}{2} \cdot z = 6 + z$
$2z = 6$
$z = 3$ m

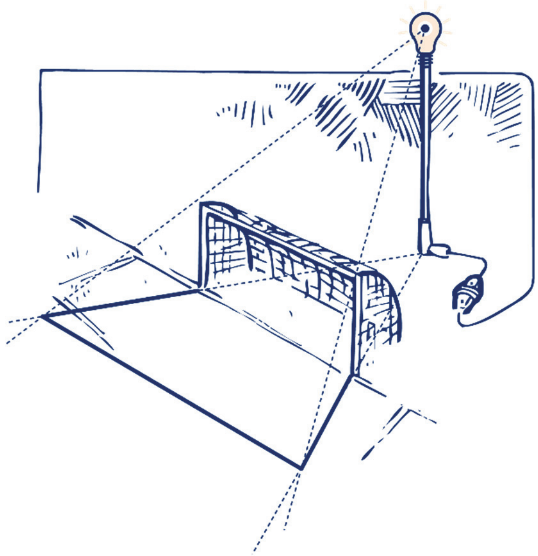
29



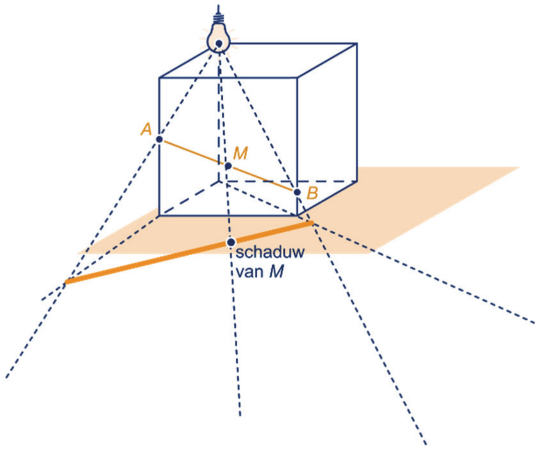
30



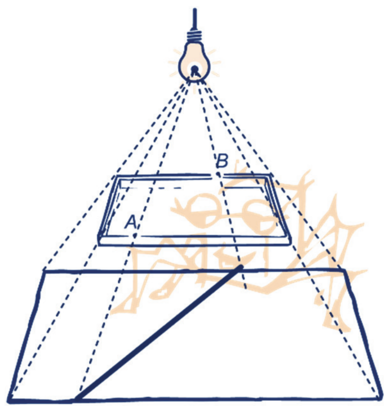
31



32 abc



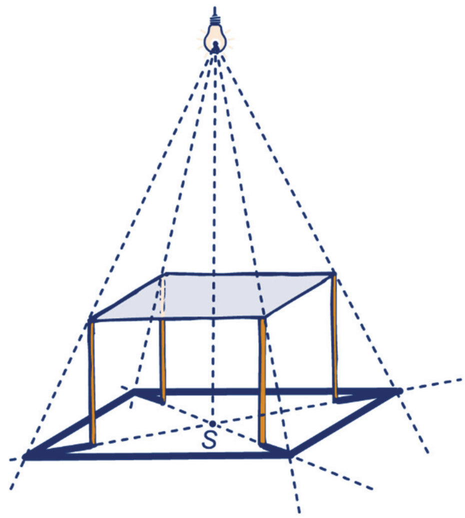
33 ab



c 2 keer zo lang.
d 2 keer zo snel.

34 a Dat is *S*, zie plaatje bij antwoord **b**.

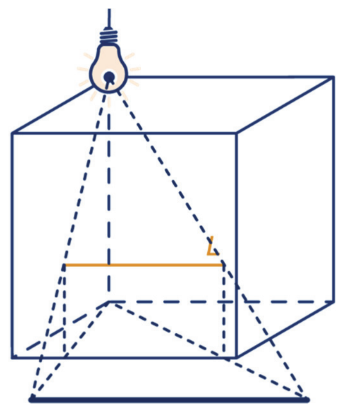
b



c $\frac{180}{180-60} = 1\frac{1}{2}$ keer zo groot als de tafelrand zelf; dus $1\frac{1}{2} \cdot 120 = 180$ bij $1\frac{1}{2} \cdot 90 = 135$ cm.

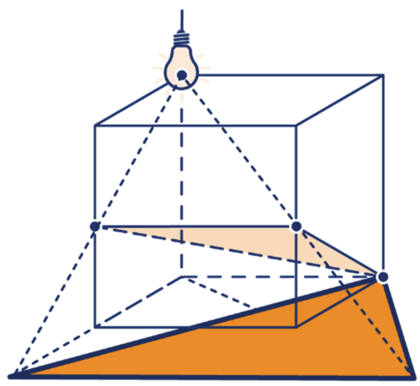
d De diagonalen van de tafel zijn $\sqrt{90^2 + 120^2} = 150$ cm lang.
De schaduw van de poten zijn half zo lang als de halve diagonalen van het tafelblad, dus 0,5 · 75 = 37,5 cm.

35 a

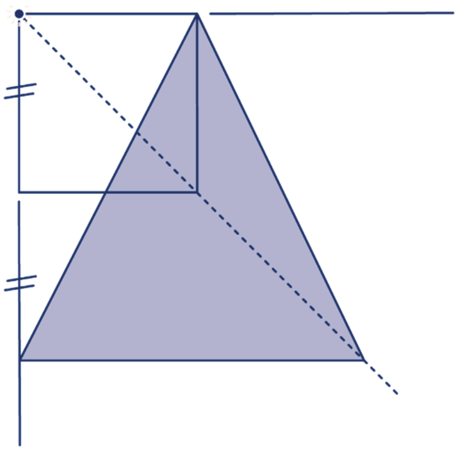


b Als het golfpatroon evenwijdig is aan *L* wel, maar anders niet.
c Dan beweegt de schaduw naar voren, weg van de kubus, en wordt hij langer.
d Tot op de hoogte van *L*.

36 a

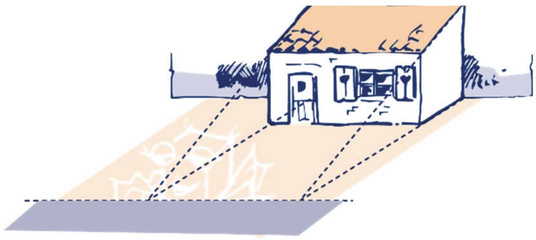


b



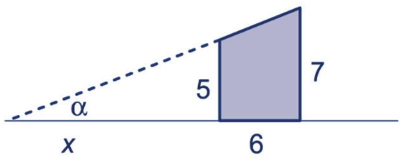
c De hoogte van de driehoekige schaduw is 2 en de basis ook (namelijk ze zijn allebei 2 keer de ribbe van de kubus).
De oppervlakte is dus $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$.

37 a



In het blauwe gebied kan de tor op het dak kijken.

b



(De zijgevel moet in de tekening 3 cm breed zijn.)

c $\frac{7}{5} \cdot x = x + 6$

$\frac{2}{5} x = 6$

$2x = 30$

$x = 15$

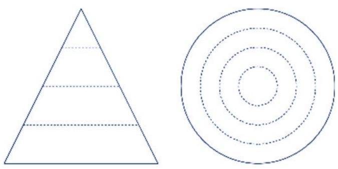
De tor moet dus minstens 15 meter achter het huis zijn om op het dak te kunnen kijken.

d $\tan(\alpha) = \frac{7}{21}$, geeft $\alpha \approx 18{,}4°$.

25.4 DOORSNEDES

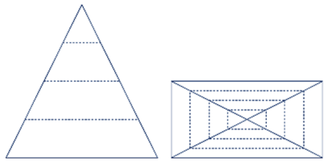
38 a 1, 2 en 3 cm

b schaal 1 : 4



39 a 2 bij 1 , 4 bij 2 , 6 bij 3

b schaal 1 : 4

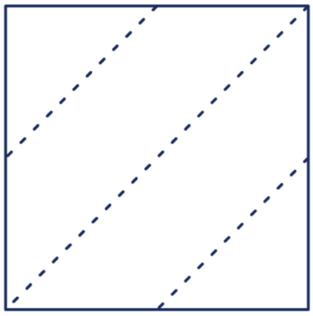


c Ja, want 2 : 1 = 4 : 2 = 6 : 3.

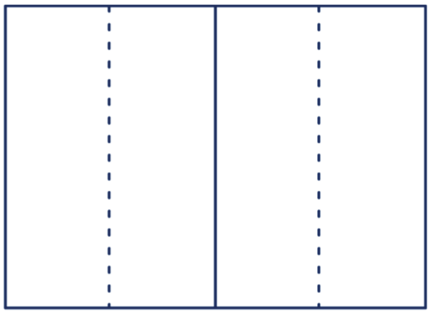
40 a 8 bij $2\sqrt{2}$, 8 bij $4\sqrt{2}$, 8 bij $2\sqrt{2}$

b Nee, de ene rechthoek is twee keer zo smal en toch even hoog als de andere.

c schaal 1 : 2

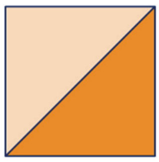


d schaal 1 : 2

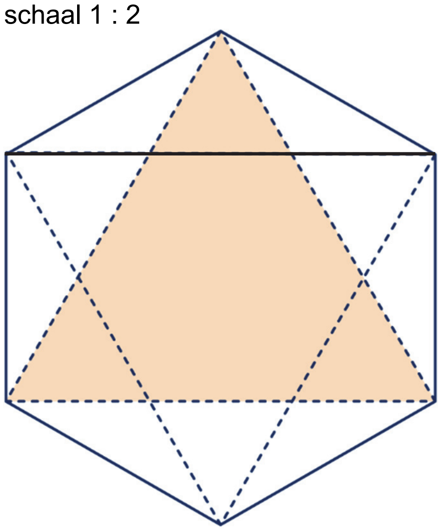


41 a $8\sqrt{2} = \sqrt{128}$

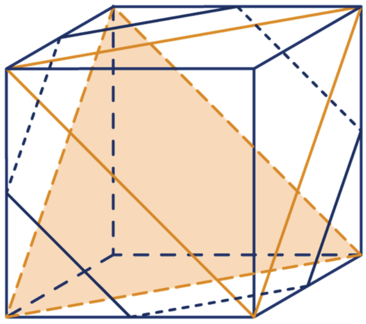
b schaal 1 : 4



c schaal 1 : 2



d



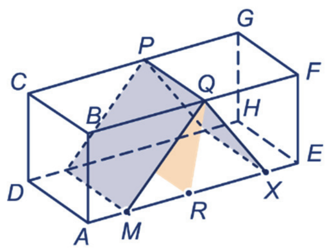
e Een regelmatige zeshoek.
Half zo lang als een zijvlaksdiagonaal van de kubus: $4\sqrt{2} = \sqrt{32}$.

42 a twee rechte lijnen, geknikt lijnstuk
b rechte lijn (recht lijnstuk)
c golflijn, recht lijnstuk
d cirkel, (afgeknotte) ellips, recht lijnstuk
e cirkel
Dus alleen bij de bal kan er geen rechte lijn als doorsnede komen.

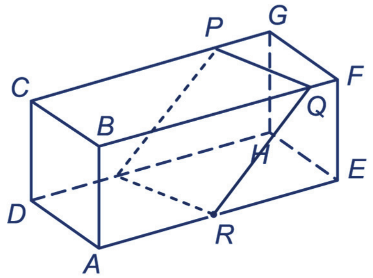
43 a vierkant, rechthoek
b driehoek
c cirkel, ring
d cirkel
e

f trapezium

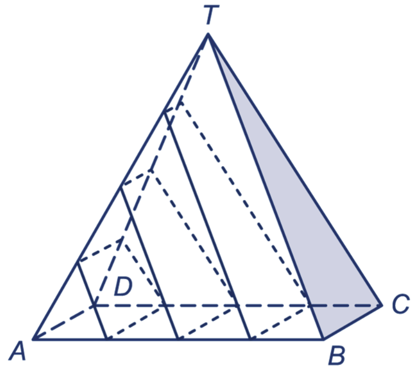
44 a



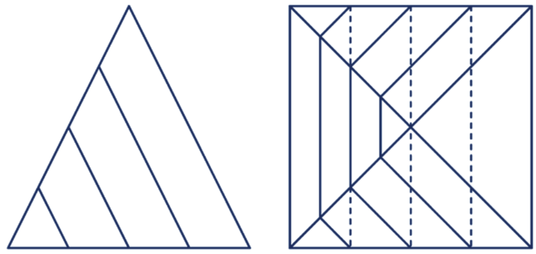
b



45 a



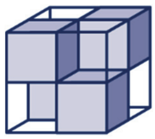
b



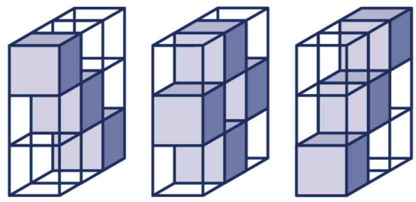
c Nee, want ze zijn aan de onderkant even breed en aan de bovenkant niet.

SUPER OPGAVEN

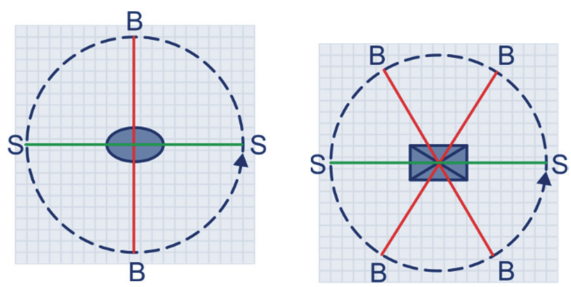
7 a Ja, als de onzichtbare kubusjes als volgt in de kubus zitten:



b Minstens 10 ondoorzichtig.



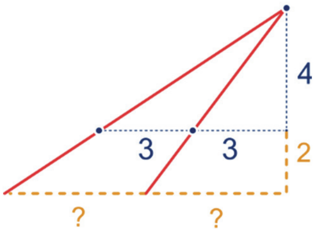
12



24 a 90° – 53° = 37°, 180° – 90° – 37°= 53° en 90°.
b De twee driehoeken hebben gelijke hoeken en zijn dus gelijkvormig.
c Die zijn $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ keer zo lang, dus 9, 12 en 15.
d Ja, want ze hebben dezelfde hoeken als de hele driehoek, namelijk 37°, 53° en 90°.

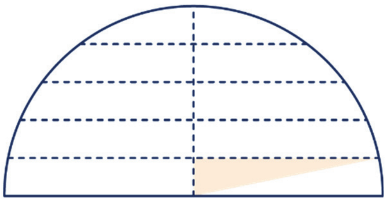
35 a Dan maakt de kruin van de schaduw een slinger naar links.

b De situatie op de grond is als volgt: schaal 1: 200.



Dus ? = $\frac{6}{4} \cdot 3 = 4{,}5$ meter.

45 a



b Pas de stelling van Pythagoras toe op de oker driehoek hierboven:

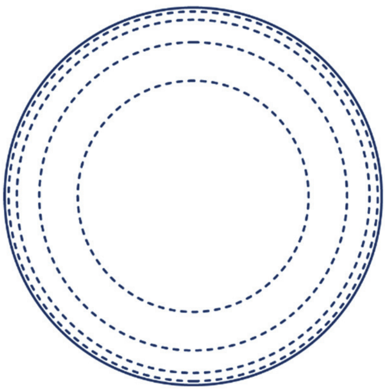
$\sqrt{2{,}5^2 - 0{,}5^2} = \sqrt{6}$,

$\sqrt{2{,}5^2 - 1^2} = \sqrt{5{,}25}$,

$\sqrt{2{,}5^2 - 1{,}5^2} = 2$,

$\sqrt{2{,}5^2 - 2^2} = 1{,}5$.

c



25.6 EXTRA OPGAVEN

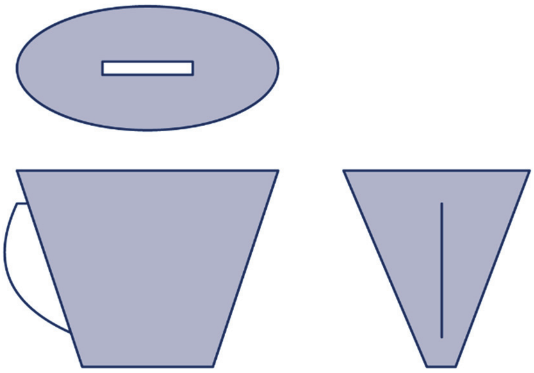
1 a

b Ja, dat is namelijk zo in elk van de drie aanzichten.

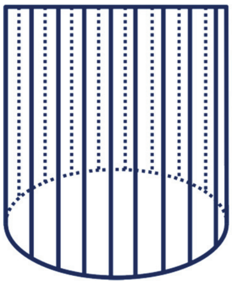
c In het bovenaanzicht.

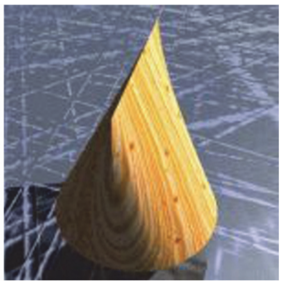
d $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, $\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$,
$\sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$, $\sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$,
$\sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}$

2 a

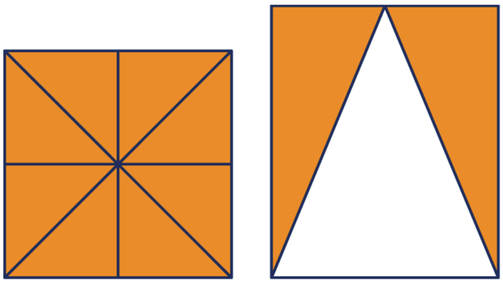


b Snij van een kurk (die je eerst inkort zodat de hoogte gelijk is aan de breedte) aan weerszijden een stuk schuin af, zo dat je aan de bovenkant een lijn overhoudt.

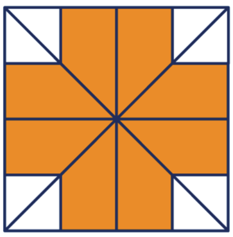




3 a schaal 1 : 200

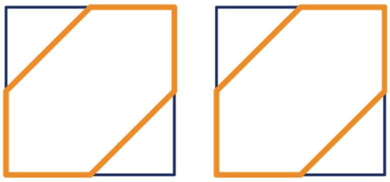


b schaal 1 : 200



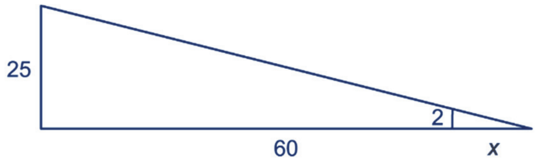
c Oppervlakte vloer is 6·6 – 4·1,5·1,5 = 27 m^2.

4



5 **a** De speler staat 60 meter van de masten. Dat is in de tekening 60 meter : 1200 = 5 cm. Klopt.

b



c De speler staat 60 meter van de lichtmasten af.

$\frac{25}{2}x = 60 + x$

$25x = 120 + 2x$

$23x = 120$

$x \approx 5{,}22$ m

Ongeveer 5 mm in de tekening; klopt.

d AP = 40 m, dus

$\frac{25}{2}x = 40 + x$

$25x = 80 + 2x$

$23x = 80$

$x \approx 3{,}48$ m

BP = 60 m, dus

$\frac{25}{2}x = 60 + x$

$25x = 120 + 2x$

$23x = 120$

$x \approx 5{,}22$ m

CP = 80 m, dus

$\frac{25}{2}x = 80 + x$

$25x = 160 + 2x$

$23x = 160$

$x \approx 6{,}96$ m

DP = 67 m, dus

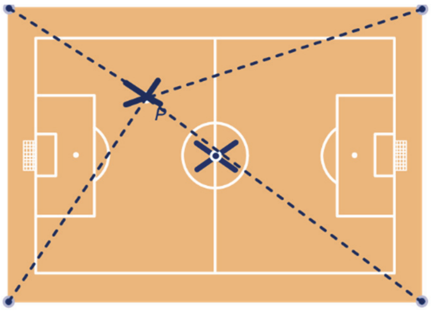
$\frac{25}{2}x = 67 + x$

$25x = 134 + 2x$

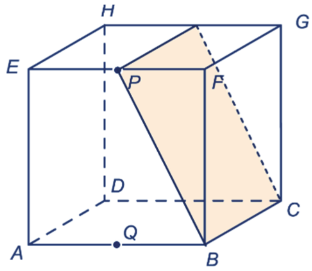
$23x = 134$

$x \approx 5{,}83$ m

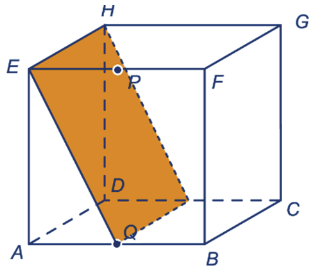
e



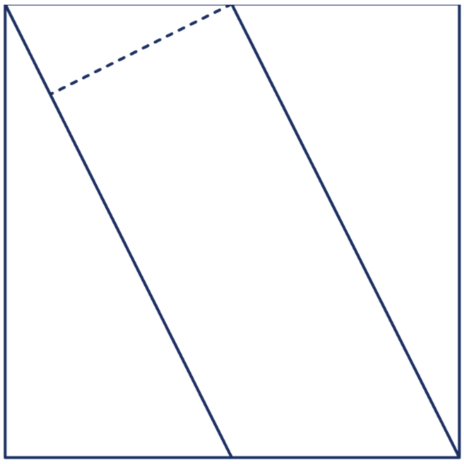
6 **a**



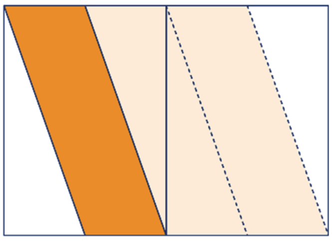
b



c



d schaal 1 : 2

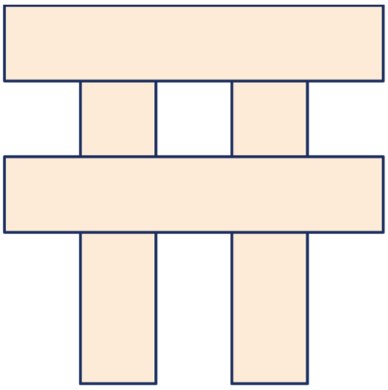


e Meet in het vooraanzicht van opgave **c**, langs de stippellijn. De afstand is ongeveer 27 mm.

f $BP = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45}$,

de afstand is $3 : \sqrt{45} \cdot 6 \approx 2{,}68$ cm.

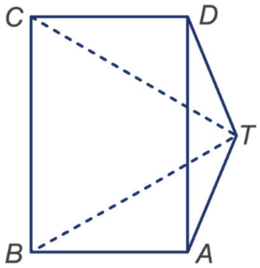
7 schaal 1: 100



8 **a** Lengte is $\sqrt{3^2+3^2+4^2}=\sqrt{34}$.

b Zijden zijn $\sqrt{3^2+4^2}=5$.

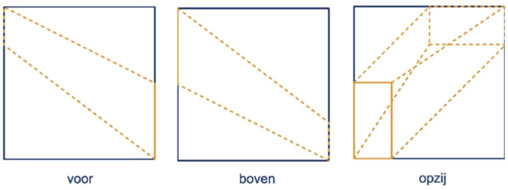
c schaal 1 : 2



d Ongeveer 48 mm.

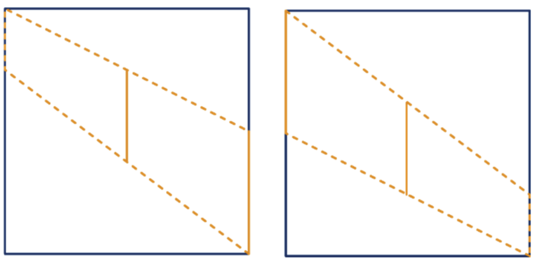
e De driehoeken *BNA* en *BMT* zijn gelijkvormig, want ze hebben gelijke hoeken.
Dus: *MT* : *BT* = *AN* : *AB*, dus 4 : 5 = *AN* : 6.
Hieruit volgt dat de hoogte *AN* = $6\cdot\frac{4}{5}$ = 4,8.

9 **a** schaal 1 : 4



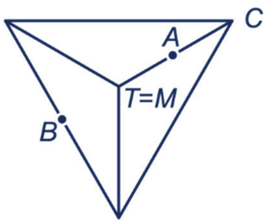
b In het vooraanzicht kun je niet zien of de gang ook naar achteren loopt, of alleen maar evenwijdig aan de voorkant van de kubus.

c schaal 1 : 2,5

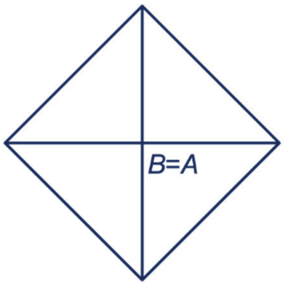


d 3 bij 3

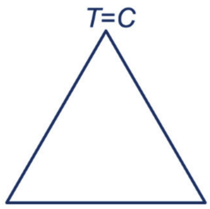
10 **a**



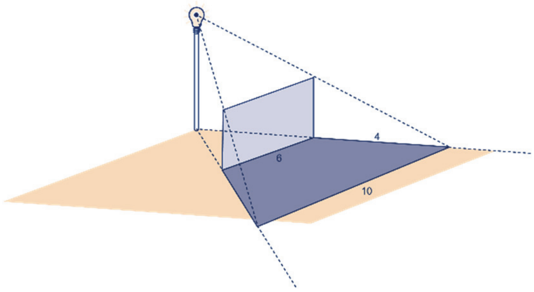
b



c



11 **a**



b De schaduw is een trapezium. Zie hierboven voor de afmetingen.
De oppervlakte is 6·4 + 4·4:2 = 32 m^2.