

H23 VERBANDEN VWO

23.0 INTRO

- 1 a -
 b De boven- en ondergrens van de aerobe zone: bij 15 jaar tussen 143 en 175.
- 2 2 biggen en 44 haren of
 7 biggen en 15 haren

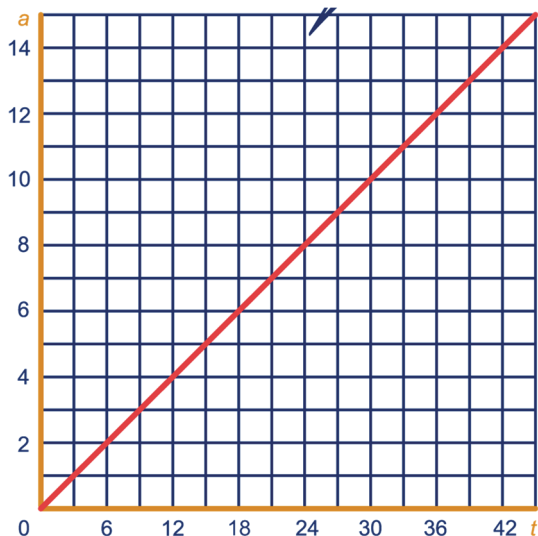
23.1 VERBANDEN IN DE PRAKTIJK

- 3 a $12 : 3 = 4$ km

b

t	0	6	12	15	18	36
a	0	2	4	5	6	12

c



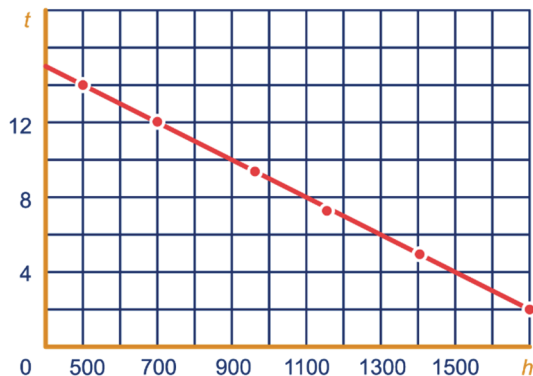
- 4 a $119 \cdot 8 : 5 = 190,4$ km

b

afstand in miles	10	20	50	70	85
afstand in kilometers	16	32	80	112	136

c $k = \frac{8}{5} \cdot m$

- 5 a

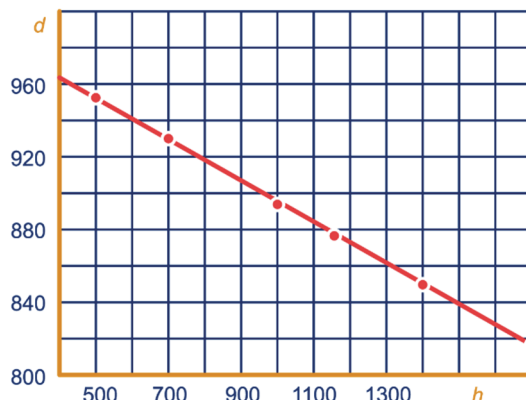


- b 1900 meter
 c Elke 100 meter stijging, daalt de temperatuur 1 °C.

d $t + \frac{1}{100} \cdot h = 19$

e $100t + h = 1900$

f



- 6 a 25 °C ; 77 °F.

b Halverwege 32 °F en 212 °F: dus

$$\frac{32+212}{2} = 122 \text{ °F.}$$

c 0 °C : $0 \cdot 1,8 + 32 = 0 + 32 = 32$ °F, klopt

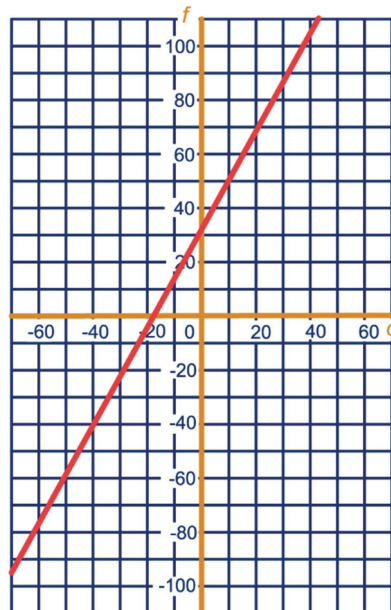
50 °C : $50 \cdot 1,8 + 32 = 90 + 32 = 122$ °F, klopt

100 °C : $100 \cdot 1,8 + 32 = 180 + 32 = 212$ °F, klopt

d

c	-10	10	30	50
f	14	50	86	122

e



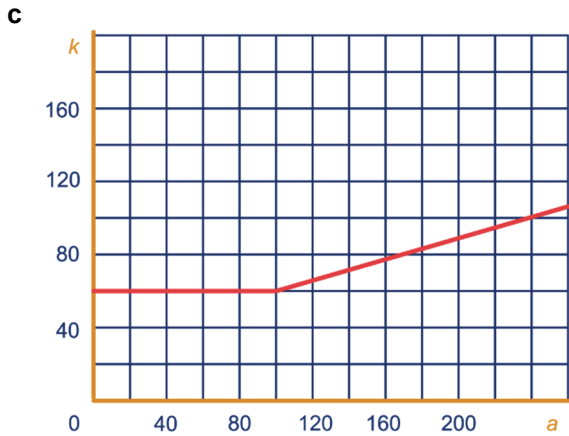
f Bij -40 °C.

g $f = 1,8c + 32$

- 7 a Vader moet $60 + 60 \cdot 0,30 = 78$ euro betalen.

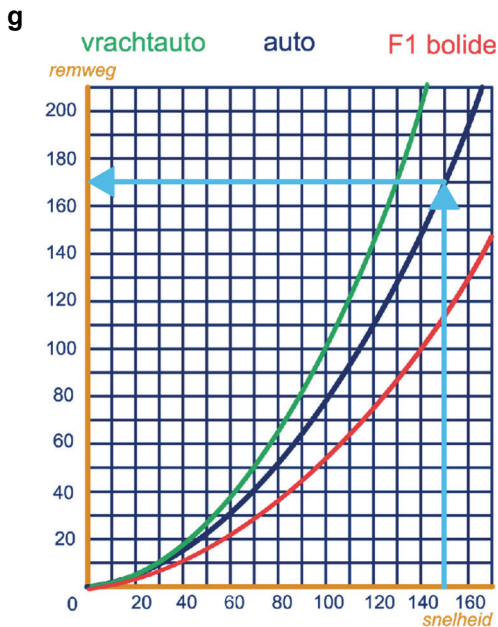
b

a	0	50	100	150	160	200	250
k	60	60	60	75	78	90	105



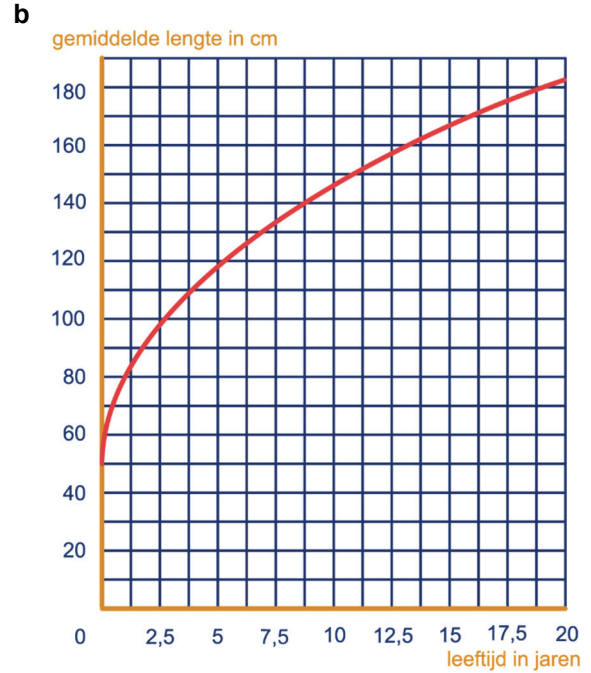
- d** Als $a \leq 100$, dan $k = 60$.
 Als $a > 100$, dan $k = 60 + 0,3 \cdot (a - 100)$.
e $99 - 60 = 39$ euro extra.
 $39 : 0,3 = 130$ km extra
 Dus bij $100 + 130 = 230$ km.

- 8 a** Iets minder dan 20 meter.
b Ongeveer 170 meter. Zie licht blauwe pijlen in de grafiek bij **g**. Je moet wel eerst de grafiek van de auto doortrekken.
c Ongeveer 120 km/u.
d $(80 : 10)^2 \cdot \frac{3}{4} = 48$ m ; $(40 : 10)^2 \cdot \frac{3}{4} = 12$ m
e $r = \left(\frac{v}{10}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{v^2}{100} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3v^2}{400}$
f Het klopt redelijk. De formule geeft bij een snelheid van 120 km/u een remweg van $\frac{3 \cdot 120^2}{400} = 108$ meter.



9 a

l	0	5	10	15	20
h	50	117	145	166	184



- c** De gemiddelde lengte van jongens van 12 jaar is 154 cm. Karel is $\frac{9}{154} \cdot 100\% \approx 6\%$ korter dan gemiddeld. Dus de schoolarts maakt zich geen zorgen.
d Bij een leeftijd van 15 jaar zijn de meisjes gemiddeld 150 cm. De procentuele toename is dus $\frac{20}{130} \cdot 100\% \approx 15\%$.

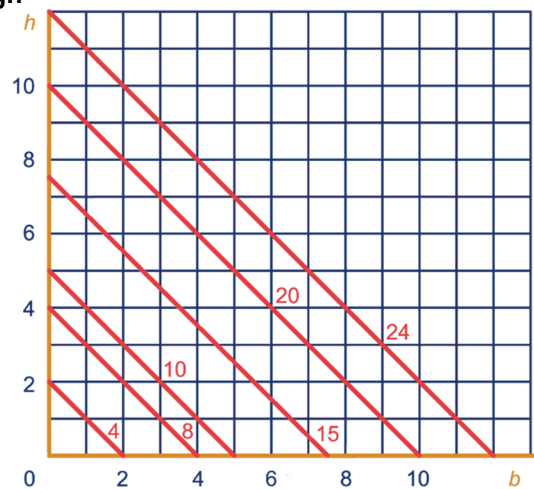
23.2 VERBANDEN IN RECHTHOEKEN

- 10 a** De omtrek is $2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 = 20$ cm.
b Bijvoorbeeld 3 bij 7 cm.

c

b	8	6	6,5	4	9	2	0,5
h	2	4	3,5	6	1	8	9,5

- d** $b + h = 10$
 egh



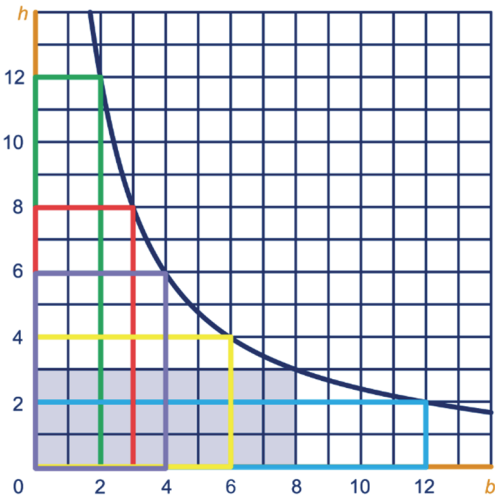
- f** $b + h = 5$ (of $2b + 2h = 10$)

11 a 3 bij 8 cm, 2 bij 12 cm, 1 bij 24 cm

b

b	12	3	4	6	1	16	5
h	2	8	6	4	24	1,5	4,8

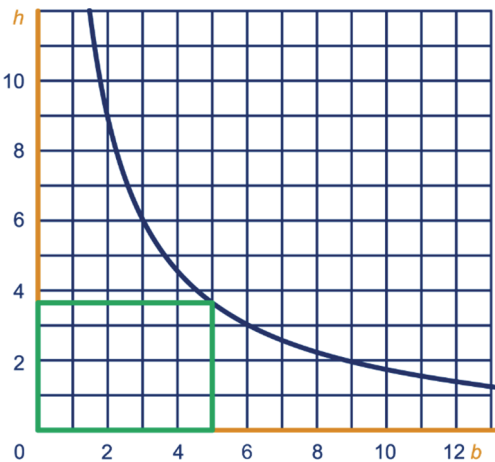
c



d $b \cdot h = 24$

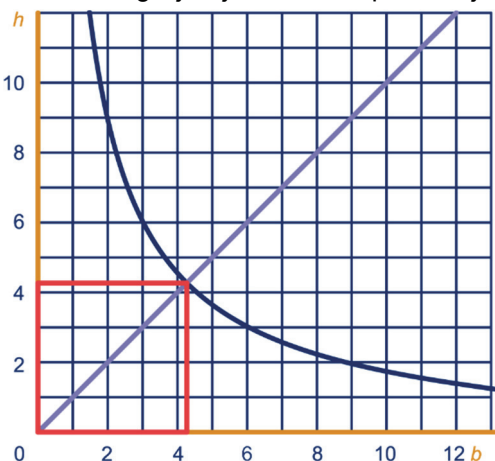
12 a $b \cdot h = 18$

b



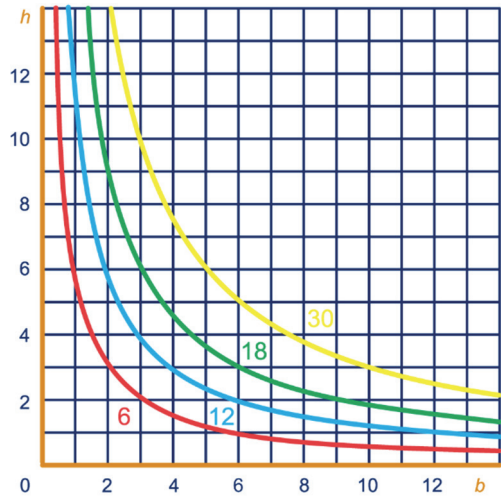
c $h = 18 : 5 = 3,6$ cm

d Teken als hulplijn de lijn waarop alle punten liggen waarvan de eerste en de tweede coördinaat gelijk zijn. Dat is de paarse lijn.



e $b^2 = 18$, dus $b = \sqrt{18} \approx 4,2$ cm

f

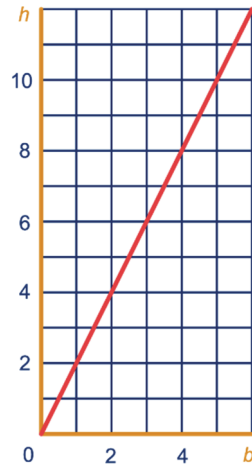


13 a Bijvoorbeeld de rechthoek met basis 4 en hoogte 8.

b

b	5	7,5	4,5	2,25	1,5
h	10	15	9	4,5	3

c

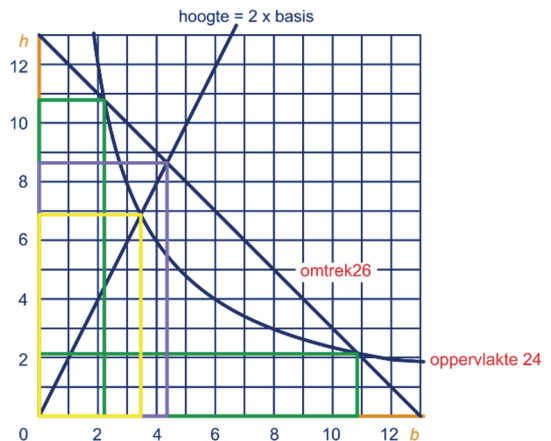


d $h = 2b$

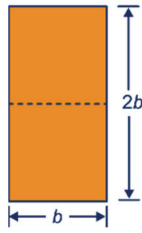
e Teken bijvoorbeeld een rechthoek met basis 9 en hoogte 3 en een rechthoek met basis 3 en hoogte 1.

f Vierkanten.

14 a



- b 10,8 bij 2,2 of 2,2 bij 10,8
3,5 bij 6,9
4,3 bij 8,7
- c Omtrek is $6b = 26$.
 $b = \frac{26}{6} = 4\frac{1}{3}$
 $h = 2 \cdot 4\frac{1}{3} = 8\frac{2}{3}$



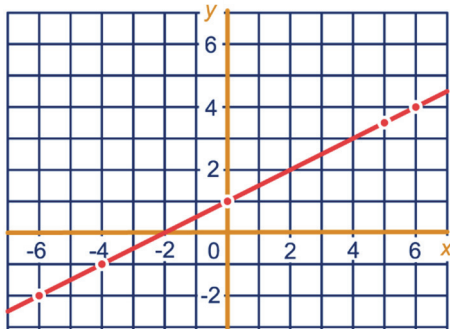
- d $17 = 2x - 1$ $-17 = 2x - 1$
 $18 = 2x$ $-16 = 2x$
 $x = 9$ $x = -8$
- e Zie **blauwe lijn** antwoord 17c.
- f $y = 2x + 7$

23.3 VERBANDEN IN HET VLAK

15 a

1° coördinaat	-6	-3	0	2	5	6
2° coördinaat	-2	-0,5	1	2	3,5	4

b



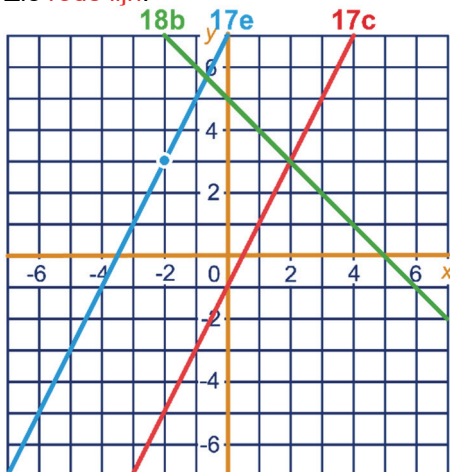
- c $y = \frac{1}{2}x + 1$
- d $y = \frac{1}{2} \cdot 100 + 1 = 51$
- e $x = (100 - 1) \cdot 2 = 198$
- f $y = \frac{1}{2} \cdot -\frac{2}{3} + 1 = \frac{2}{3}$, dus voldoet.
 $y = \frac{1}{2} \cdot 4\frac{1}{2} + 1 \neq 3$, dus voldoet niet.
 $y = \frac{1}{2} \cdot -10 + 1 \neq -6$, dus voldoet niet.
 $y = \frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{5} + 1 \neq 2\frac{1}{5}$, dus voldoet niet.

- 16 a $-4 \leq x \leq -2$ of $2 \leq x \leq 4$
b $2 \leq y \leq 5$

17 a

x	-1	0	1	2	3	4
y	-3	-1	1	3	5	7

- b $y = (x - 3) \cdot 2 + 5$, ofwel $y = 2x - 1$
- c Zie **rode lijn**.

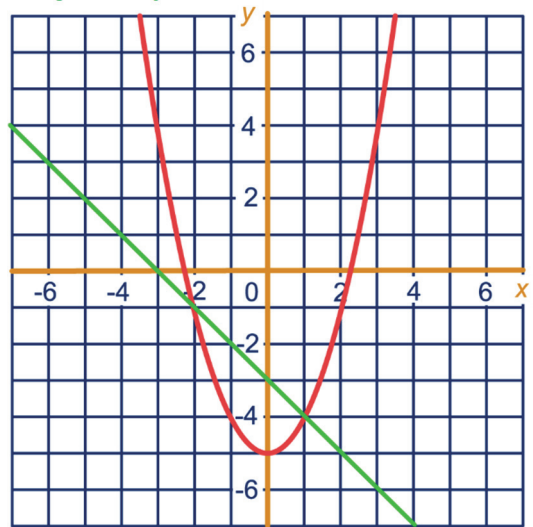


- 18 a $y = -x + 5$
b Zie **groene lijn** antwoord 17c.
c De eerste coördinaat van het snijpunt van de lijnen $y = 2x - 1$ en $y = -x + 5$. Aflezen geeft $x = 2$.

19 a

x	-6	-3	0	2	4	6
y	3	0	-3	-5	-7	-9

b Zie **groene lijn**.



- c $x + y = -3$
d $(-1\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2})$

20 a $y = x^2 - 5$

b

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	4	-1	-4	-5	-4	-1	4

c Zie **rode grafiek** antwoord 19b.

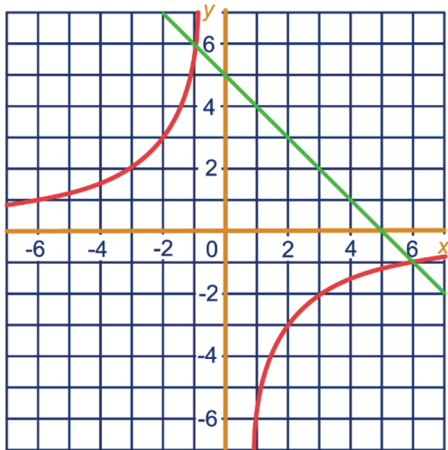
- d $x^2 - 5 = 1\frac{1}{4}$
 $x^2 = 6\frac{1}{4}$
 $x = 2\frac{1}{2}$ of $x = -2\frac{1}{2}$
- e (1, -4) en (-2, -1)

21 a De som van de coördinaten is 5.

b

x	-2	-1	0	1	2	3
y	7	6	5	4	3	2

c Zie groene lijn.



22 a Het product van de coördinaten is -6.

b

x	-6	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	6
y	1	1,5	2	3	6	-6	-3	-2	-1,5	-1

c Zie rode grafiek antwoord 21c.

d (6,-1) en (-1,6)

e $6y = -66$

$y = -11$

f $2\frac{2}{5} \cdot y = -6$

$12y = -30$

$y = -30 : 12 = -2\frac{1}{2}$

g Omdat er geen enkele waarde is voor y waarvoor geldt $0 \cdot y = -6$.

23 a Vermenigvuldig met $\frac{1}{2}$.

Tel er 3 bij op.

b $y = \frac{1}{2}x + 3$

c Tel er 6 bij op.

Vermenigvuldig met $\frac{1}{2}$.

d $y = \frac{1}{2}(x + 6)$

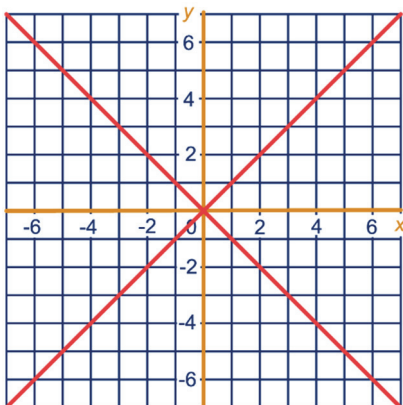
e $\frac{1}{2}x + 3 = \frac{1}{2}(x + 6)$

24 a $x^2 = y^2$

b (-2,-2) en (-2,2)

c $x = y$ of $x = -y$

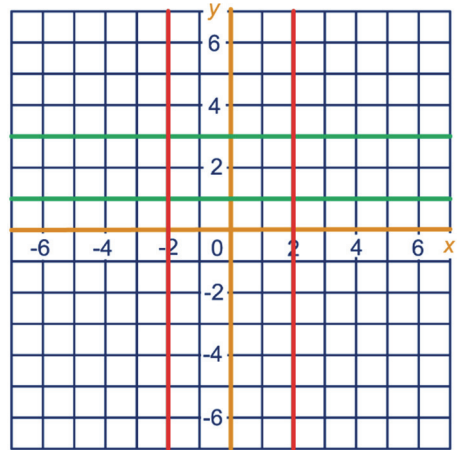
d



25 a ja, ja, ja, nee

b $y = 1$ of $y = 3$

c Zie groene grafiek.



d Zie rode grafiek hierboven.

e $x = 2$ of $x = -2$

f (2,1), (2,3), (-2,1), (-2,3)

23.4 MET DRIE VARIABELEN

26 a $30x + 6y + z = 250$

b $x + y + z = 50$

c $30 \cdot 5 + 6 \cdot 10 + 40 = 250$, klopt
 $5 + 10 + 40 = 55$, klopt niet

d -

e $z = 250 - 30x - 6y$

$z = 50 - x - y$

f $29x + 5y = 200$

g $x = 1$ gaat niet

$x = 2$ gaat niet

$x = 3$ gaat niet

$x = 4$ gaat niet

$x = 5$ geeft $y = 11$

$x = 6$ gaat niet

h 5 biggen, 11 hanen en 34 kuikens

27 a hoogstens 10

b $x + y + z = 21$

$3x + 4y + 5z = 80$

c $5z = 105 - 5x - 5y$

$5z = 80 - 3x - 4y$

d $105 - 5x - 5y = 80 - 3x - 4y$ en dat kun je vereenvoudigen tot $2x + y = 25$.

e $x = 10$ geeft $y = 5$ en $z = 6$

$x = 9$ geeft $y = 7$ en $z = 5$

$x = 8$ geeft $y = 9$ en $z = 4$

f $x + y + z = 10$

$4x - y = 27$

g $x = 7$ geeft $y = 1$ en $z = 2$

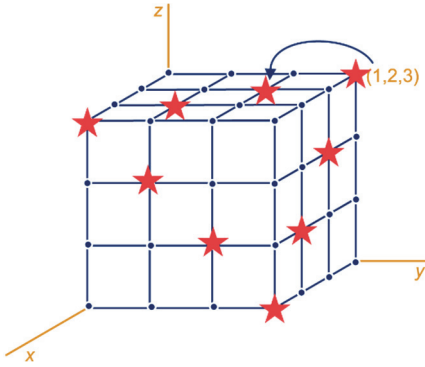
Dit is de enige oplossing.

23.5 VERBANDEN IN DE RUIMTE

28 a $x + y + z = 6$

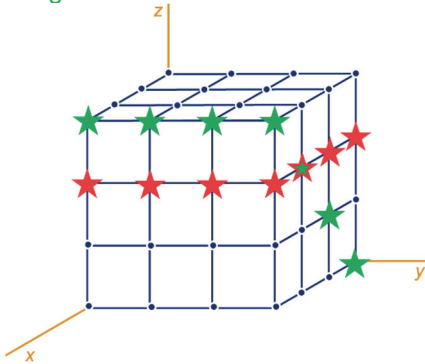
b $1 + 2 + 3 = 6$; ja

c



29 a $x = z$

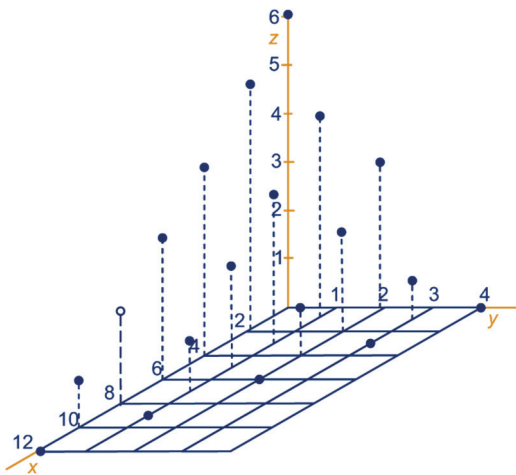
b Zie groene sterren hieronder.



c Zie rode sterren hierboven.

d (2,3,2)

30 ab

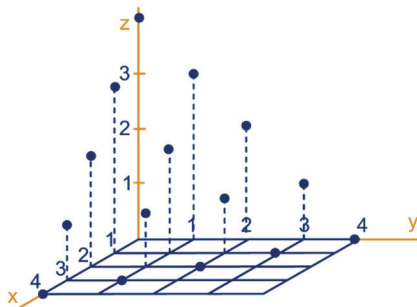


c (-1,-1,8), (-10,0,11), (20,-2,-1)

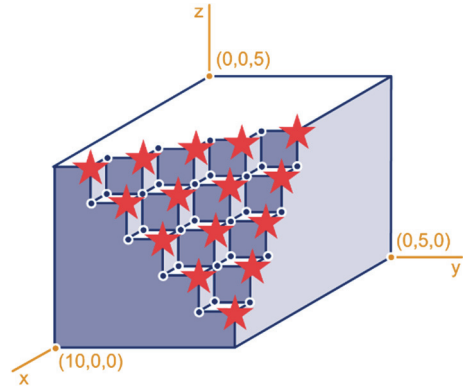
d Nee, want dan is $x + 3y + 2z$ ook negatief.

e $(10, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}), (12\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{4})$

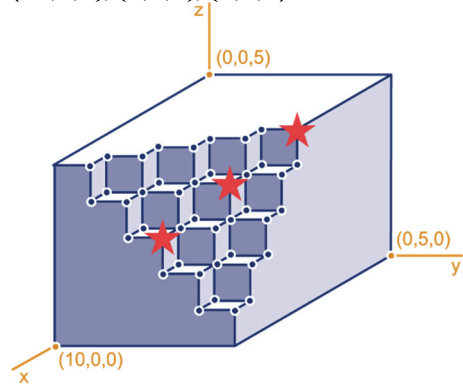
31



32 a



b (10,3,3), (8,4,4), (6,5,5)



c 14 of 15

23.6 GEMENGDE OPGAVEN

33 a Om verspilling af te straffen.

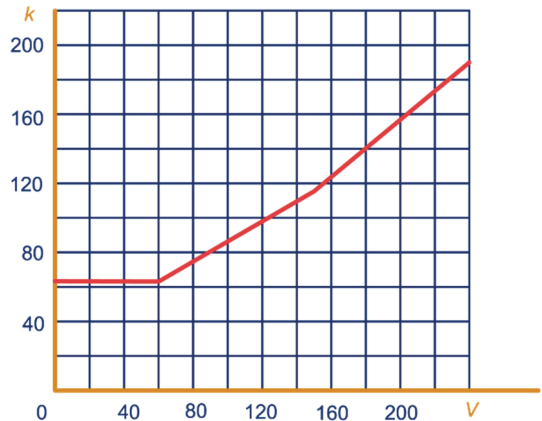
b $63 + 60 \cdot 0,59 = 98,40$ gulden

$63 + 90 \cdot 0,59 + 30 \cdot 0,82 = 140,70$ gulden

c

v	0	30	60	90	120	150	180	210
k	63	63	63	80,7	98,4	116,1	140,7	165,3

d



e Als $v \leq 60$, dan $k = 63$

Als $60 < v \leq 150$, dan $k = 63 + 0,59 \cdot (v - 60)$

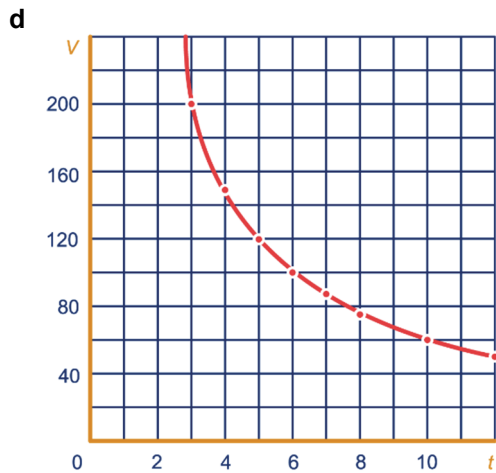
Als $150 < v$, dan $k = 116,1 + 0,82 \cdot (v - 150)$

34 a $600 : 8 = 75$ km/u

b

t	3	4	5	6	7	8	10	12
v	200	150	120	100	85 $\frac{1}{2}$	75	60	50

c $v = \frac{600}{t}$



e $120 - 100 = 20 \text{ km/u}$

f

reistijd		snelheid		snelheids- verschil
a	b	a	b	
5	6	120	100	20
6	7	100	$85\frac{5}{7}$	$14\frac{2}{7}$
7	8	$85\frac{5}{7}$	75	$10\frac{5}{7}$
8	9	75	$66\frac{2}{3}$	$8\frac{1}{3}$
t	t + 1	$\frac{600}{t}$	$\frac{600}{t+1}$	$\frac{600}{t} - \frac{600}{t+1}$

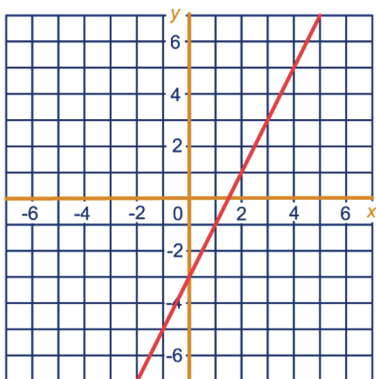
g $\frac{600}{t} - \frac{600}{t+1} = \frac{600t+600}{t(t+1)} - \frac{600t}{t(t+1)} = \frac{600}{t(t+1)}$

35 a $50.000 - x - y - z$

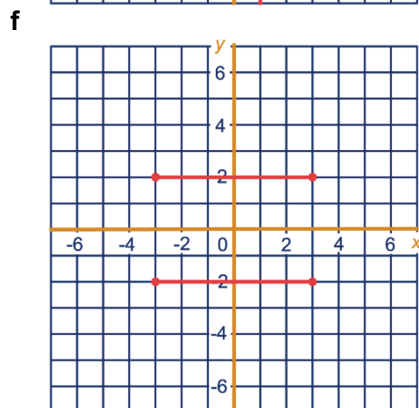
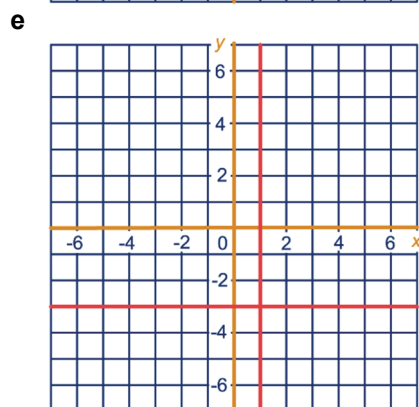
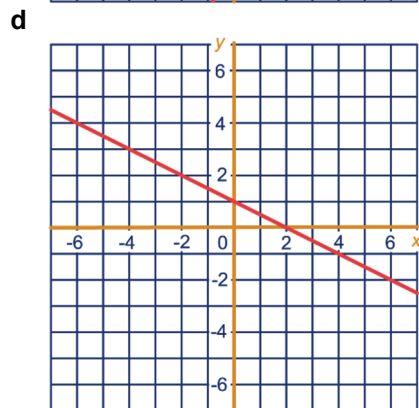
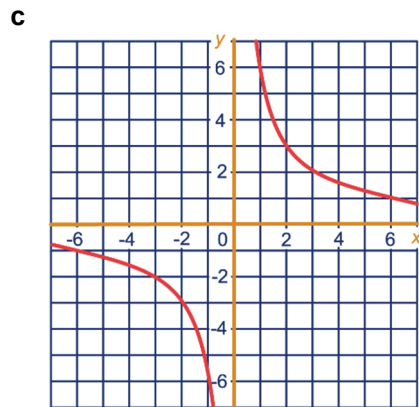
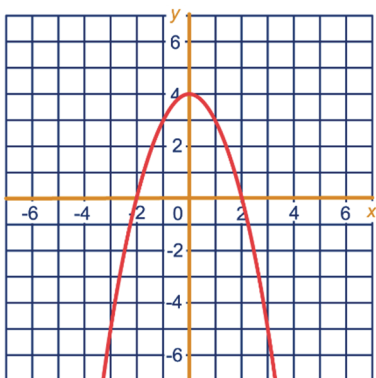
b $R = 0,07 \cdot x + 0,08 \cdot y + 0,09 \cdot z + 0,06 \cdot (50.000 - x - y - z)$

$R = 3000 + 0,01x + 0,02y + 0,03z$

36 a

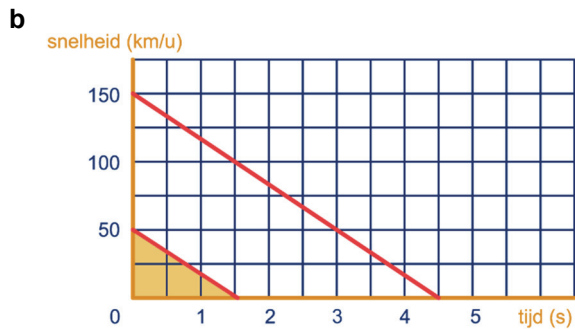


b

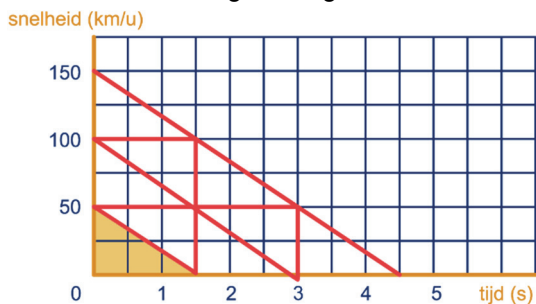


SUPER OPGAVEN

- 5 a** De snelheid op de snelweg is $1\frac{1}{2}$ keer zo groot als op de provinciale weg. Dus de remweg is $(1\frac{1}{2})^2 = 2\frac{1}{4}$ keer zo lang.



c De twee driehoeken zijn gelijkvormig. De vermenigvuldigingsfactor is 3. In hoofdstuk 15 - Gelijkvormigheid heb je geleerd dat als een figuur met factor 3 wordt vergroot, dan wordt de oppervlakte met factor 3^2 vergroot. Je ziet dit in de volgende figuur.



6 a

veelvlak	grensvlakken	hoekpunten	ribben
4-vlak	4	4	6
6-vlak	6	8	12
8-vlak	8	6	12
12-vlak	12	20	30
20-vlak	20	12	30

b $G + H = R + 2$

c Het 32-vlak heeft:

$$(12 \cdot 5 + 20 \cdot 6) : 3 = 60 \text{ hoekpunten}$$

$$(12 \cdot 5 + 20 \cdot 6) : 2 = 90 \text{ ribben}$$

$$\text{Er geldt: } 32 + 60 = 90 + 2.$$

Dus de formule van Euler geldt voor het 32-vlak.

d Een n -zijdige piramide heeft:

$n + 1$ grensvlakken, $n + 1$ hoekpunten en $2n$ ribben. Dus $G + H = n + 1 + n + 1 = 2n + 2$ en $R + 2 = 2n + 2$. Dus de formule van Euler geldt voor een willekeurige piramide.

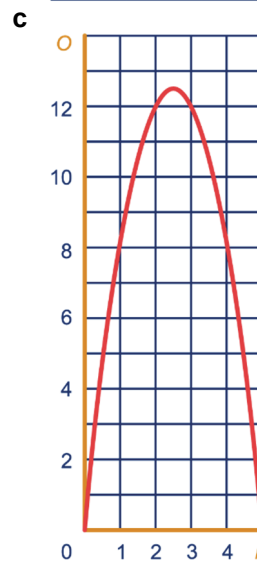
n -zijdig prisma:

$n + 2$ grensvlakken, $2n$ hoekpunten en $3n$ ribben. Dus $G + H = n + 2 + 2n = 3n + 2$ en $R + 2 = 3n + 2$. Dus de formule van Euler geldt voor een willekeurig prisma.

8 a De breedte is b . Omdat de boer 10 meter gaas heeft, is de lengte van de ren $10 - 2b$ meter. De oppervlakte is gelijk aan breedte \cdot lengte, dus $O = b \cdot (10 - 2b)$.

b

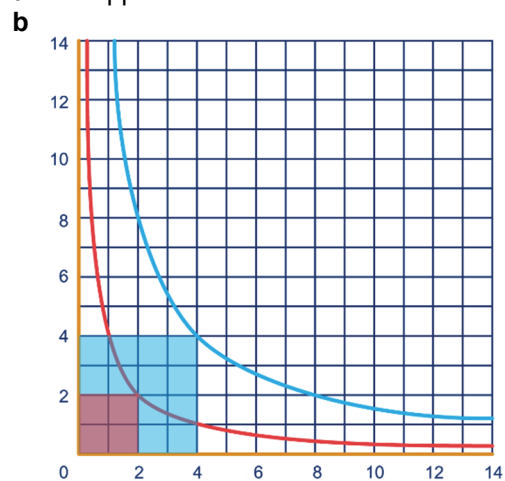
b	0	1	2	3	4	5
O	0	8	12	12	8	0



d De grafiek is symmetrisch. Uit de grafiek lees je af dat de oppervlakte het grootst is als de breedte $2\frac{1}{2}$ meter is.

$$\text{De lengte is dan } 10 - 2 \cdot 2\frac{1}{2} = 5 \text{ meter.}$$

12 a De oppervlakte is 4.



c $b \cdot h = 16$

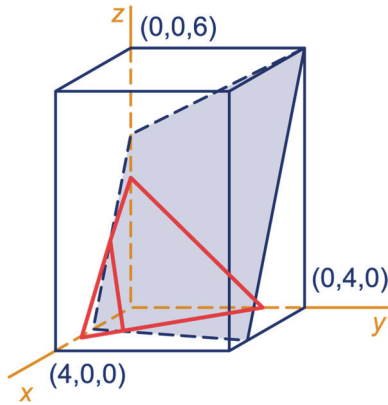
d $b \cdot h = 4n^2$

17 $2x + 1 \rightarrow 4x + 3 \rightarrow 8x + 7 \rightarrow 16x + 15$, dus $y = 16x + 15$.

32 a $4 \cdot 3 - 4 + 2 \cdot 0 = 8$, klopt.

b $(2,0,0)$, $(0,0,4)$, $(0,4,6)$

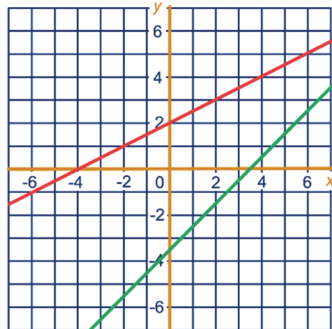
cd



- e -
- f $y = 4x + 2z - 8$
 $y = 3 - x - z$
- g $5x + 3z = 11$
- h $(1,0,2)$

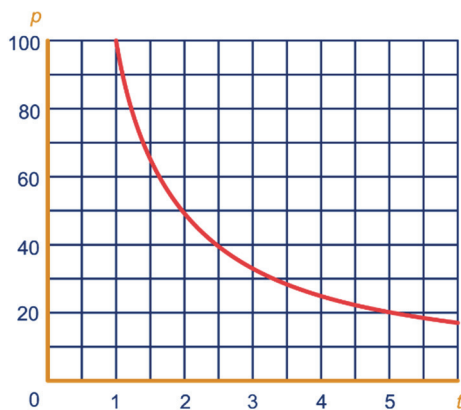
23.8 EXTRA OPGAVEN

- 1 a $-x + 2y = 4$
- b Zie rode lijn.



- c $(4,4)$
- d Zie groene lijn antwoord 1b.
- e $y = (-2x + 7) : -2$, ofwel $y = x - 3\frac{1}{2}$
- f $-x + 2(x - 3\frac{1}{2}) = 4$
 $x - 7 = 4$
 $x = 11$, dan $y = 11 - 3\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$
Punt $(11, 7\frac{1}{2})$.

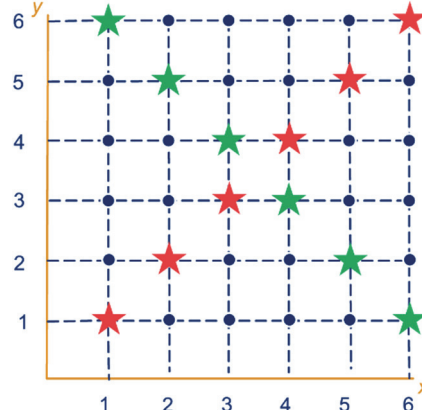
2 a



b (halve) hyperbool

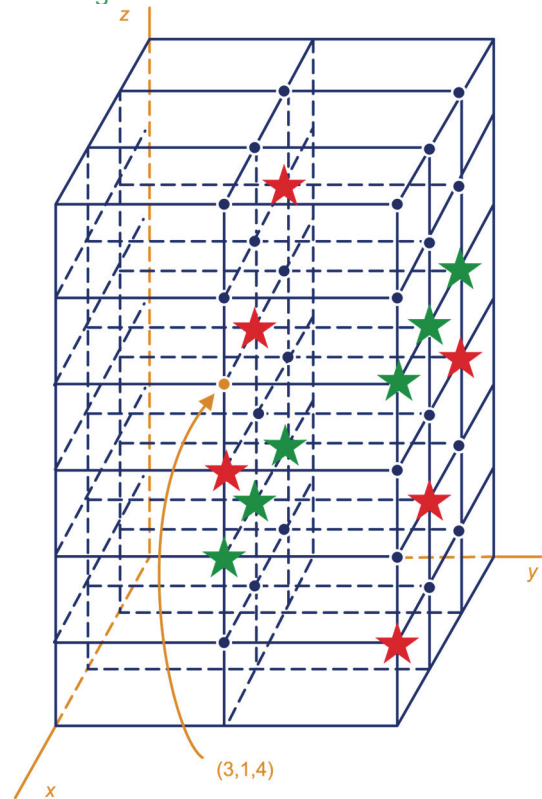
- 3 a $x + y + z = 15$
 $0,1x + 0,4y + 0,6z = 6$
- b $x = 15 - y - z$
 $x = 60 - 4y - 6z$
- c $15 - y - z = 60 - 4y - 6z$
 $3y + 5z = 45$
- d $z = 0$ geeft $y = 15$ en $x = 0$
 $z = 3$ geeft $y = 10$ en $x = 2$
 $z = 6$ geeft $y = 5$ en $x = 4$
 $z = 9$ geeft $y = 0$ en $x = 6$

4 a Zie de groene sterren hieronder.



- b $x + y = 7$
- c Kans is $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
- d Zie de rode sterren hierboven.
- e $x = y$

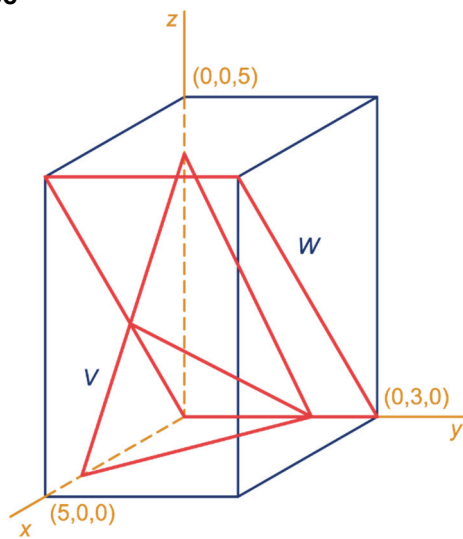
5 a Zie de groene sterren hieronder.



- b $z = 2y$
- c 6 verschillende worpen ; kans is $\frac{6}{3 \cdot 2 \cdot 6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- d $x + 2y + z = 8$
- e Zie rode sterren hierboven.

f Kans is $\frac{6}{3 \cdot 2 \cdot 6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

6 abc



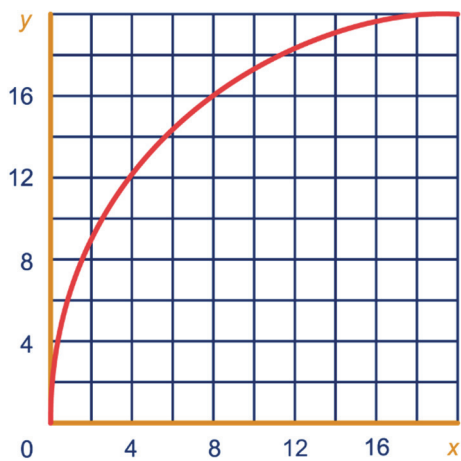
d (1,1,1)

7 a $y^2 + (20 - x)^2 = 400$

b

x	0	4	8	12	16	20
y	0	12	16	18,3	19,6	20

c



8 a $x \cdot y = x + y$

b $x \cdot 4 = x + 4$

$3x = 4$

$x = 1\frac{1}{3}$

c $-1 \cdot y = -1 + y$

$1 = 2y$

$y = \frac{1}{2}$

d $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$

e $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ vermenigvuldigen met xy geeft

$y + x = xy$.