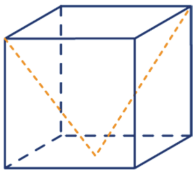
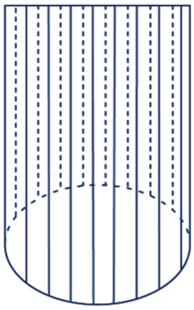
H25 RUIMTELIJKE FIGUREN IN HET PLAT VWO

25.0 INTRO

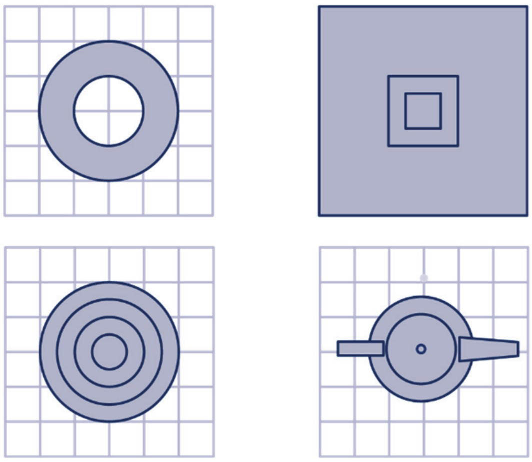
1 **a** een vierkant ; een lijnstuk ; een vierkant
b Bijvoorbeeld zo:
Het laagste punt is het midden van het grondvlak.



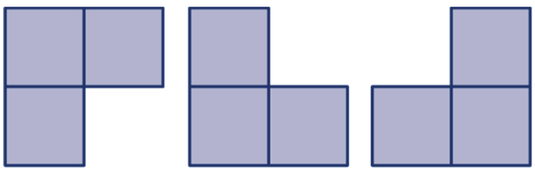
2 Snij van een kurk aan weerszijden een stuk af, zo dat je aan de bovenkant een lijn overhoudt.



3

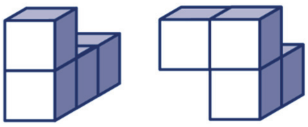


4 **a**

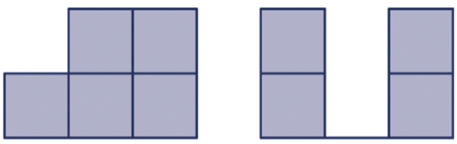


boven voor opzij

b

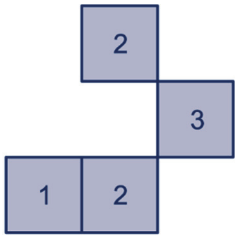


5 **a**

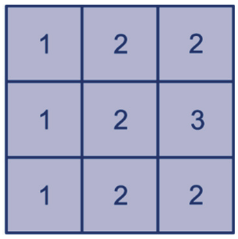


voor zij

b



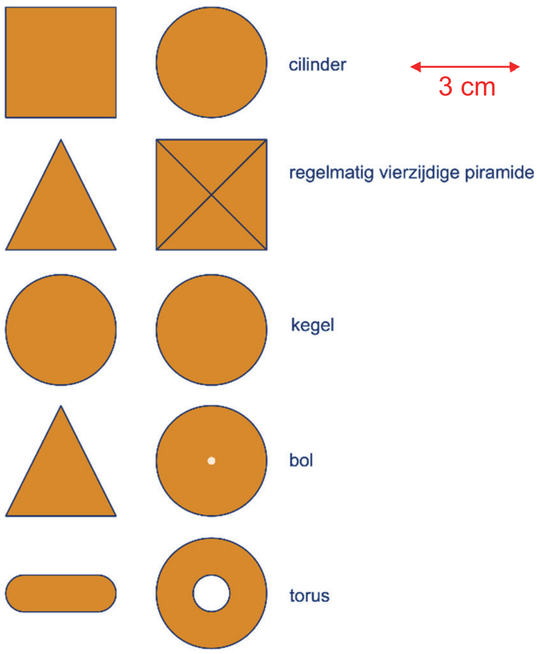
c Minstens 8; zie **b**.
Hoogstens 16; zie hieronder:



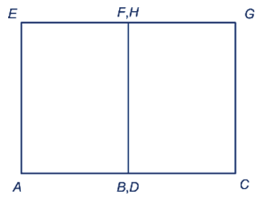
6 Linker plaatje:

Rechter plaatje:

7



8 a

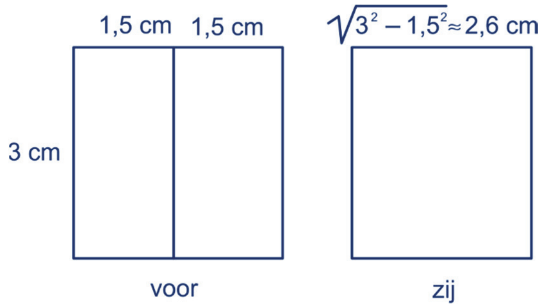


$AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} \approx 2{,}8$ cm (en AE = 2 cm).

b $\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{2} \approx 1{,}4$ cm

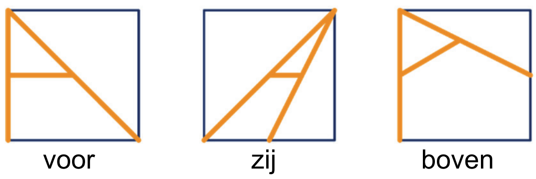
c In de richting van een lichaamsdiagonaal, bijvoorbeeld: *FD*.

9 a



b Op ware grootte: *AD*, *BE* en *CF*.
Als punt: *AC* en *DF*.

10



11 a

b Nee, uit het bovenaanzicht.

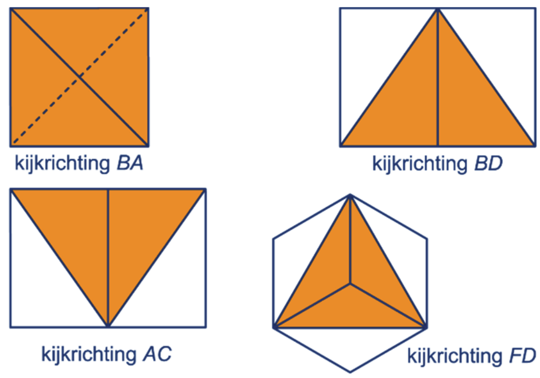
c In het bovenaanzicht.

d Lijnstuk 1 en 5: $\sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26}$,
lijnstuk 2 en 4: $\sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$,
lijnstuk 3: $\sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$

25.1 AANZICHTEN

12 a $\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$ cm

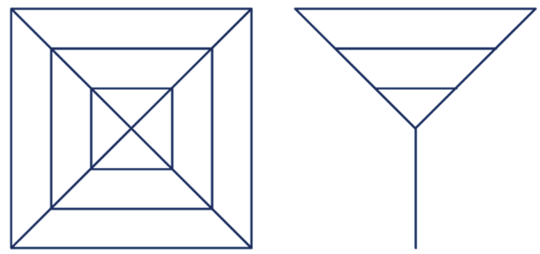
b



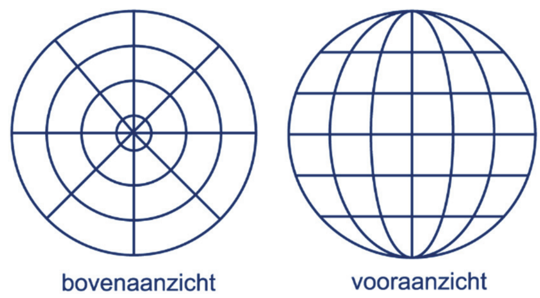
c Vier, namelijk: *AC*, *AF*, *HC* en *HF*.

d Als een punt: *FH*. Op ware grootte: *AC*.

13



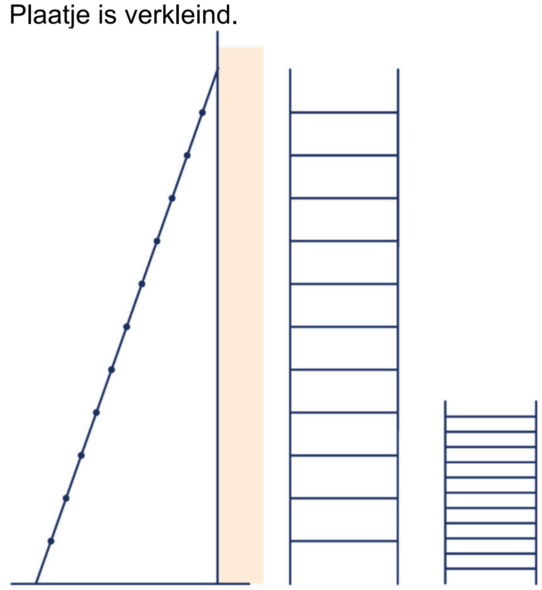
14



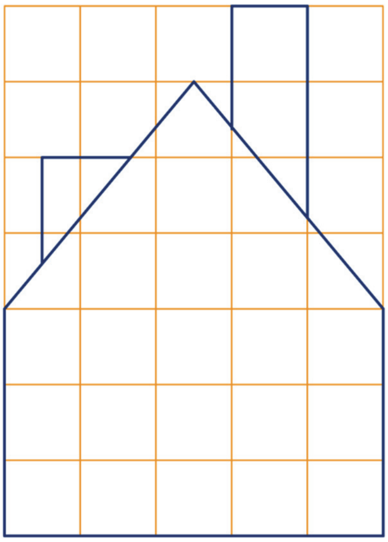
15 a $\cos(\alpha) = \frac{1}{3}$, dus $\alpha \approx 70{,}5°$.

b $\sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8} \approx 2{,}83$ m

c Plaatje is verkleind.



16



25.2 SCHADUWEN

17 Nee, ze verschillen flink in hoogte en nauwelijks (of niet) in de breedte.

18 Als we van de kleinste schaal uitgaan, dan zijn de vergrotingsfactoren voor de bovenkant $\frac{20,0}{13,4} \approx 1,49$ en $\frac{22,5}{13,4} \approx 1,68$.

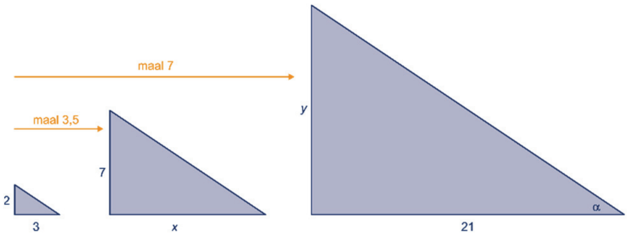
Voor de hoogte is dat: $\frac{6,7}{4,5} \approx 1,49$ en $\frac{7,4}{4,5} \approx 1,64$.

De kleinste en de middelste zijn gelijkvormig.

19 a 2

b $\sqrt{2}$

20 a



De schaduw van de lantaarnpaal is:
$x = 3 \cdot 3,5 = 10,5$ m.
De boom is $y = 2 \cdot 7 = 14$ m hoog.

b $\tan(\alpha) = \frac{2}{3}$, dus $\alpha \approx 33,7°$.

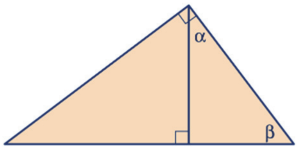
21 a $\angle B = 180° - 36° - 79° = 65°$
$\angle R = 180° - 36° - 65° = 79°$
$\angle A = \angle P$ en $\angle B = \angle Q$ en $\angle C = \angle R$.
Gelijke hoeken, dus zijn de driehoeken gelijkvormig.

b De gelijkvormigheidsfactor is $\frac{24}{16} = 1\frac{1}{2}$.

$PQ = 1\frac{1}{2} \cdot 26 = 39$

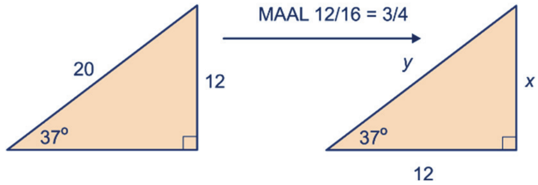
$AC = 35 : 1\frac{1}{2} = 23\frac{1}{3}$

22 a $\alpha = 90° - 53° = 37°$
$\beta = 180° - 90° - 37° = 53°$



Het rechterstuk heeft ook hoeken van 90°, 37° en 53°. De driehoeken hebben gelijke hoeken en zijn dus gelijkvormig.

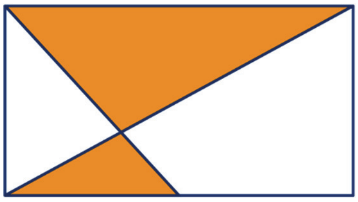
b



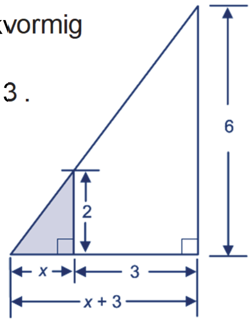
$x = \frac{3}{4} \cdot 12 = 9$; $y = \frac{3}{4} \cdot 20 = 15$

c Ja, de hele driehoek heeft ook hoeken van 90°, 37° en 53°.

23 De twee oker driehoeken zijn gelijkvormig, de bovenste zijde van de grote driehoek is 2 keer de onderste zijde van de kleine driehoek, dus de verhouding is 2 : 1.



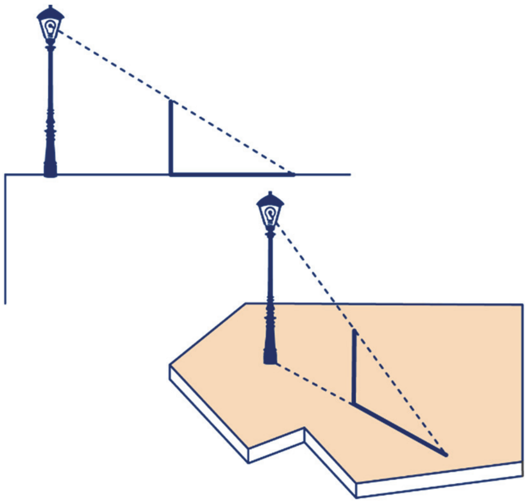
24 De blauwe driehoek is gelijkvormig met de hele.
De vergrotingsfactor is: $\frac{6}{2} = 3$.
Dus $3x = x + 3$, dus $2x = 3$,
dus $x = 1\frac{1}{2}$.



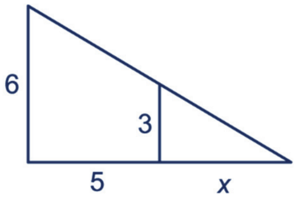
25.3 SCHADUWEN

25 a korter

b



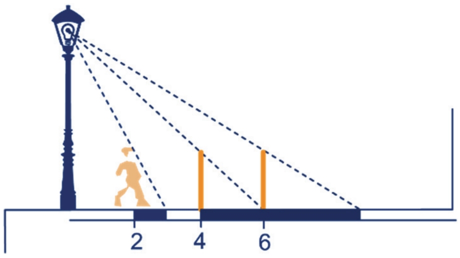
c



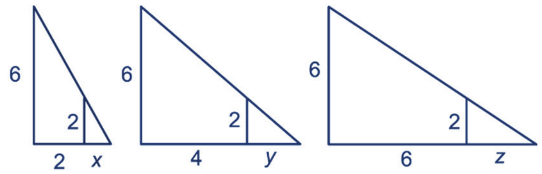
De lengte van de schaduw noemen we x, zie plaatje. De hele driehoek is gelijkvormig met de kleine. De vergrotingsfactor is $\frac{6}{3} = 2$.

$2 \cdot x = 5 + x$, dus
$x = 5$ meter

d



e Noem de lengte van de schaduwen x, y en z.



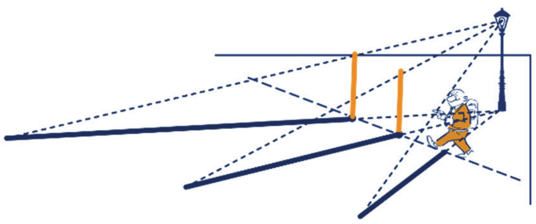
$\frac{6}{2} \cdot x = 2 + x$
$2x = 2$
$x = 1$ m

$\frac{6}{2} \cdot y = 4 + y$
$2y = 4$
$y = 2$ m

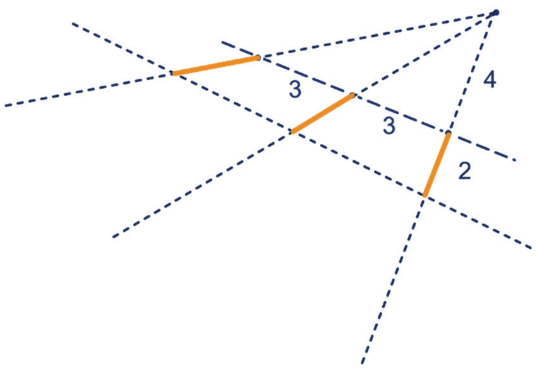
$\frac{6}{2} \cdot z = 6 + z$
$2z = 6$
$z = 3$ m

f $\frac{1}{2}x$ meter

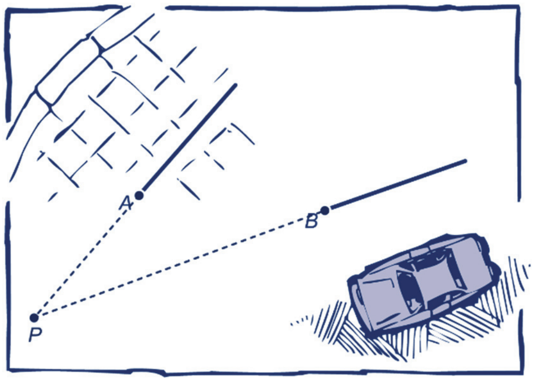
26 a



b



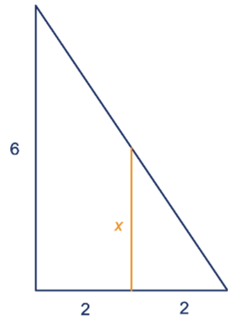
27 a



P is de plaats van de lantaarn.

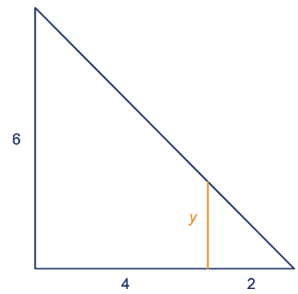
b Paaltje A is het hoogst, want het staat dichter bij de lantaarn en heeft toch een even lange schaduw.

c $x = \frac{2}{4} \cdot 6 = 3$ m

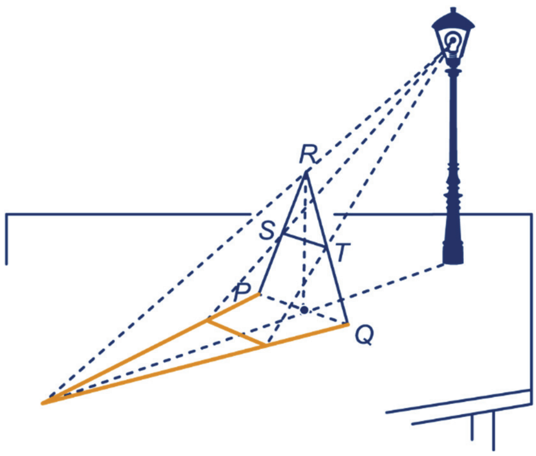


d B staat 4 meter van de lantaarn.

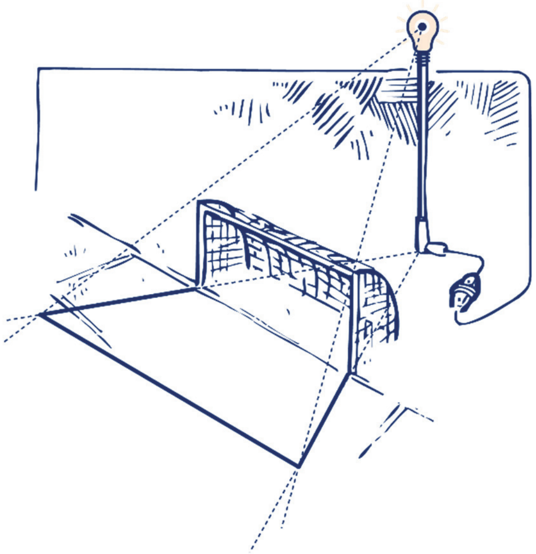
$y = \frac{2}{6} \cdot 6 = 2$ m



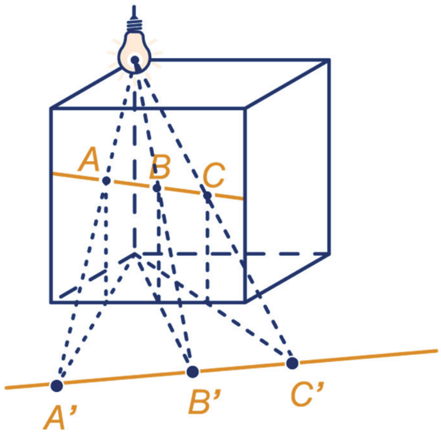
28



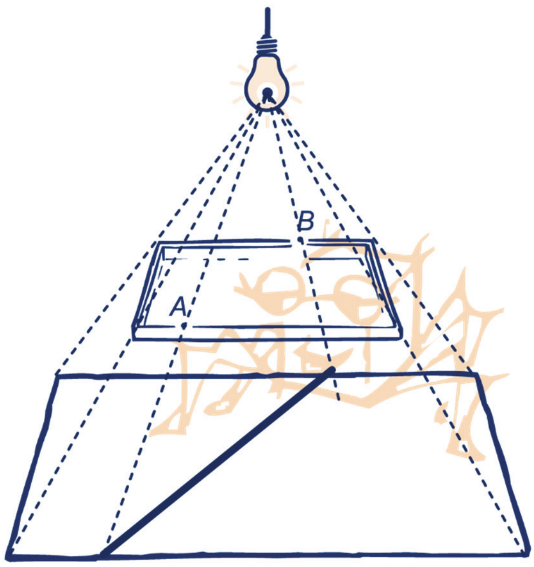
29



30



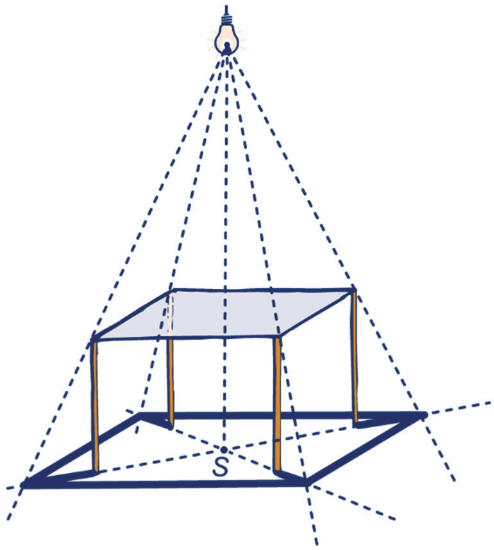
31 ab



c De plaats van de lamp noemen we *L*, dan is driehoek *ABL* gelijkvormig met driehoek *A’B’L* en de vergrotingsfactor is 2, dus 2 keer zo snel.

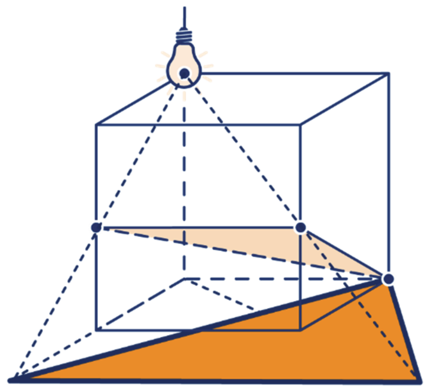
32 a Dat is *S*, zie plaatje bij antwoord **b**.

b

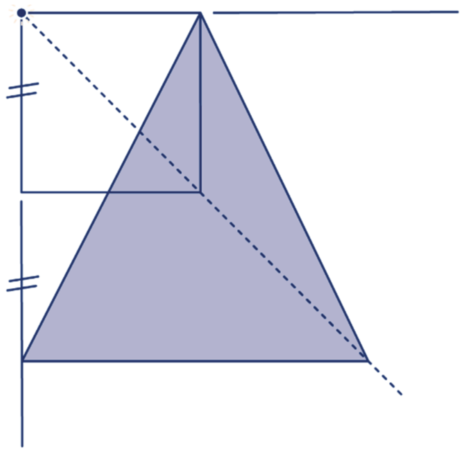


c $\frac{180}{180-60} = \frac{3}{2}$ keer zo groot als de tafelrand zelf;
dus $\frac{3}{2} \cdot 120 = 180$ bij $\frac{3}{2} \cdot 90 = 135$ cm.

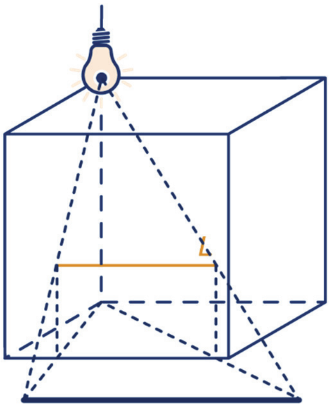
33 a



b



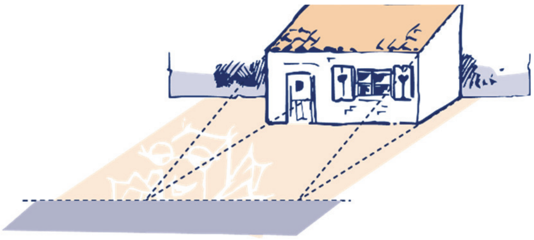
34



b Waarschijnlijk niet.
c Dan komt de schaduw naar voren en hij wordt langer.
d Tot op de hoogte van *L*.

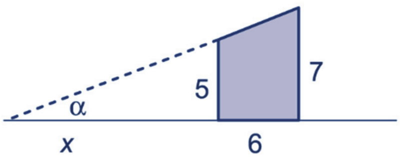
35 Dan komt er een bocht in de lijn van de schaduw:

36 a



In het blauwe gebied kan de tor op het dak kijken.

b



(De zijgevel moet in de tekening 3 cm breed zijn.)

c $\frac{7}{5} \cdot x = x + 6$

$\frac{2}{5}x = 6$

$2x = 30$

$x = 15$

De tor moet dus minstens 15 meter achter het huis zijn om op het dak te kunnen kijken.

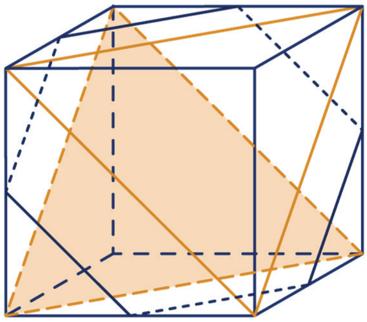
d $\tan(\alpha) = \frac{7}{21}$, geeft $\alpha \approx 18{,}4°$.

25.4 DOORSNEDEN

37 a $\sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ lang

b Een lichaamsdiagonaal is $\sqrt{4^2+4^2+4^2} = \sqrt{48}$ (of $4\sqrt{3}$), een plakje is dus $\frac{1}{3}\sqrt{48}$ (of $1\frac{1}{3}\sqrt{3}$) dik.

c



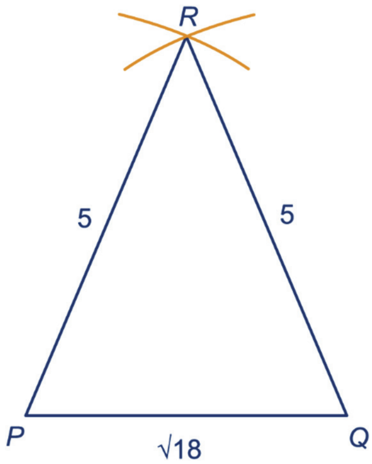
Een regelmatige zeshoek.

38 a twee lijnstukken, rechte lijn
b rechte lijn (recht lijnstuk)
c golflijn, rechte lijn
d cirkel, (afgeknotte) ellips, rechte lijn
e cirkel

39 a $PR = QR = \sqrt{3^2+4^2} = 5$

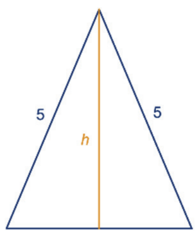
$PQ = \sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

b



c $h^2 = 5^2 - (\frac{1}{2}\sqrt{18})^2 = 20\frac{1}{2}$,

dus $h = \sqrt{20\frac{1}{2}}$ cm.

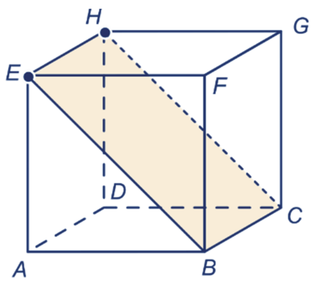


Oppervlakte is $\frac{1}{2}\sqrt{18} \cdot \sqrt{20\frac{1}{2}} \approx 9{,}60$ cm^2, dus 960 mm^2.

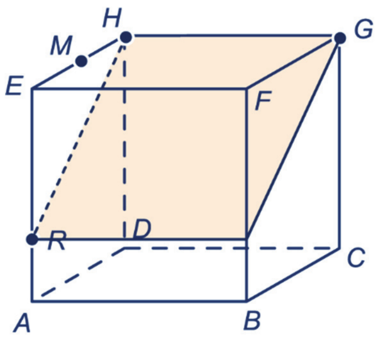
d $x^2 + x^2 = 4^2$, dus $x = \sqrt{8}$,
$x^2 + y^2 = 3^2$, dus $y = 1$.

40 a Door *B*.

b



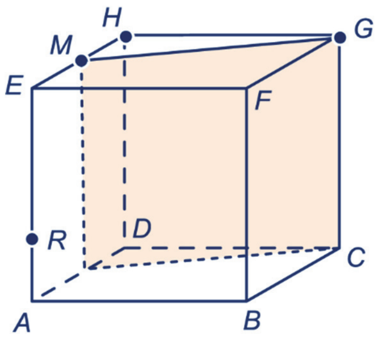
41 a



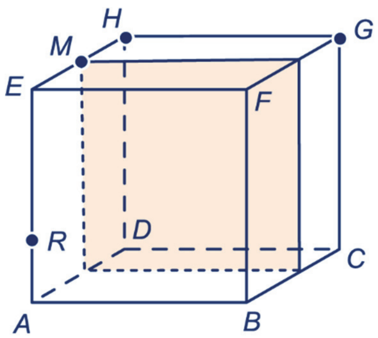
Rechthoek

b Oppervlakte: $42 = 6 \cdot 7$
Omtrek: $2 \cdot 6 + 2 \cdot 7 = 26$

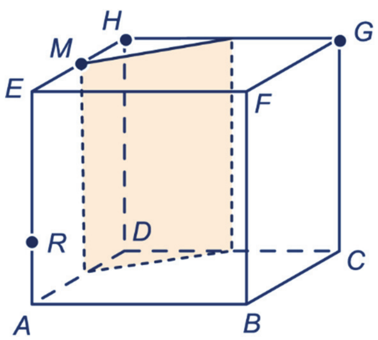
c



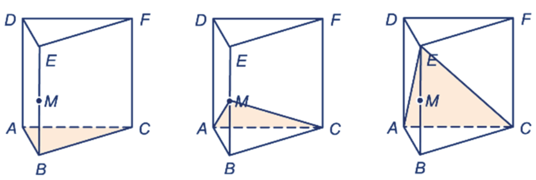
d



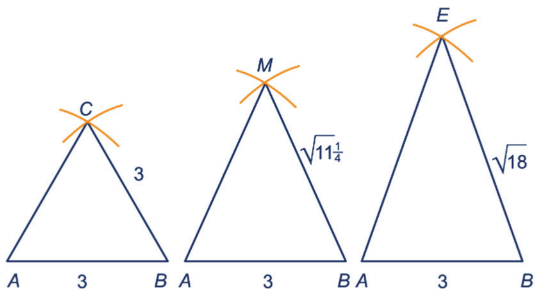
e



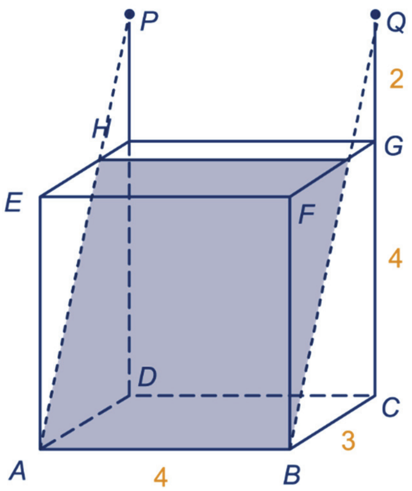
42 a



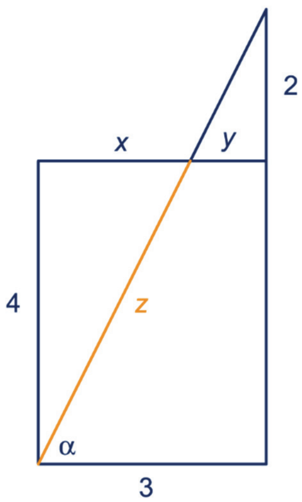
b



43 a



b



c $\tan(\alpha) = \frac{6}{3} = 2$, dus $\alpha \approx 63°$

d $x : y = 4 : 2$ en $x + y = 3$, dus $x = 2$.

$z = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$,

Opp $= 4z = 4\sqrt{20}$ cm^2, dat is 1789 mm^2.

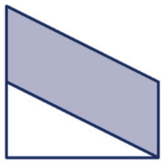
e voorste stuk: $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot x = 16$ cm^3

hele balk: $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ cm^3

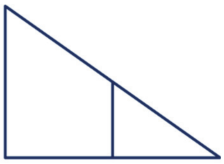
achterste stuk: $48 - 16 = 32$ cm^3

SUPER OPGAVEN

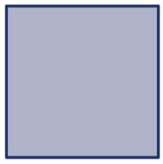
13 a



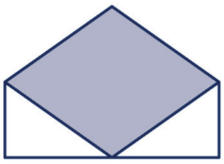
richting *AD*



richting *AC*



richting *HD*



richting *BD*

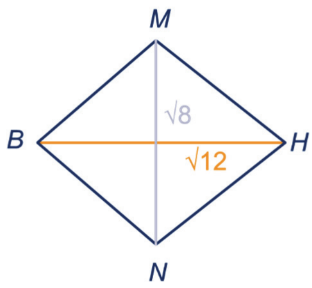
b Richting *AC*.

c Ruit, want de vier zijden zijn even lang.

d $MN = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8}$ cm

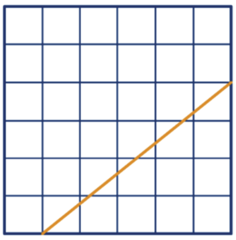
$BH = \sqrt{2^2+2^2+2^2} = \sqrt{12}$ cm

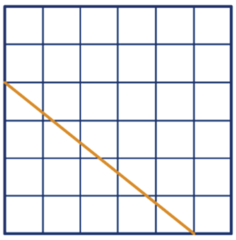
e (Begin met twee lijnstukken van lengte $\sqrt{8}$ en $\sqrt{12}$, die loodrecht op elkaar staan en elkaar middendoor delen.)



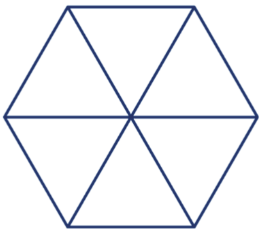
f Oppervlakte is $\frac{1}{2} \cdot BH \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{12} \approx$ 4,90 cm², dus 490 mm²,
omtrek = $4 \cdot BN = 4 \cdot \sqrt{5} \approx 8{,}9$ cm, dus 89 mm.

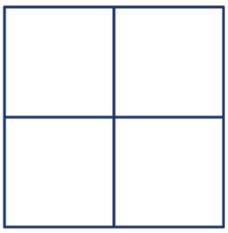
14 De bovenkant van de stok staat tegen de wand. Er zijn twee mogelijkheden:





15 a

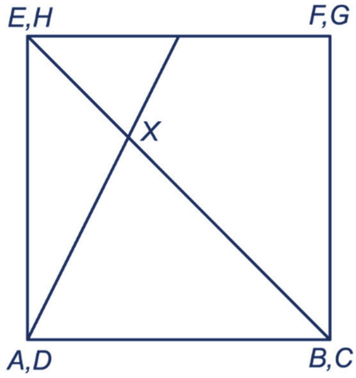




b Het hoogste punt van de gevel ligt $\sqrt{5^2-3^2} = 4$ boven de onderste dakpunten en omdat de diagonalen in een ruit elkaar middendoor delen, is de gevraagde hoogte het dubbele, dus 6.

c De korte diagonaal van de ruit is $\sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18}$,
de lange diagonaal is: $\sqrt{6^2+\sqrt{18}^2} = \sqrt{54}$.
De oppervlakte is $\frac{1}{2}\sqrt{18} \cdot \sqrt{54} \approx 15{,}6$.

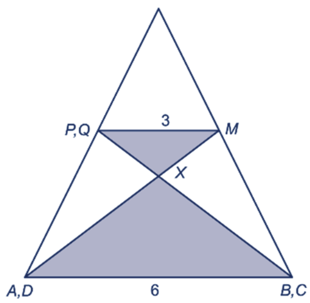
21 a



b 2

c $\frac{2}{3} \cdot 6 = 4$ (volgt uit **b**).

22 ab

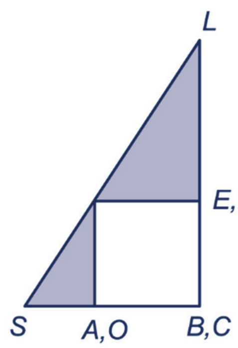


c 2

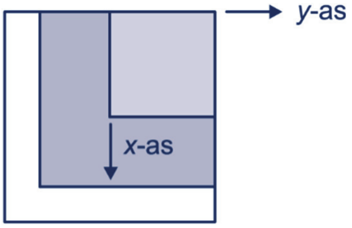
d 2, want *M* ligt op halve hoogte en *X* op $\frac{2}{3}$ van de hoogte waarop *M* ligt.

31 De plaats van het lampje noemen we *L*.

a De coördinaten van *L* zijn (0,3,*h*);
in het vooraanzicht kun je *h* bepalen: de blauwe driehoeken zijn gelijkvormig, de vergrotingsfactor is: $1\frac{1}{2}$,
dus *L* ligt op hoogte $3 + 1\frac{1}{2} \cdot 3 = 7\frac{1}{2}$, dus $L(0{,}3{,}7\frac{1}{2})$.



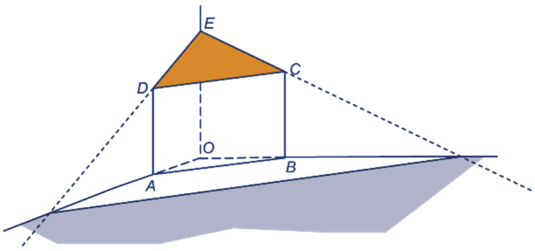
b



c Van L naar V moet je $4\frac{1}{2}$ naar beneden, 1 naar voren en 1 naar links. Om van V op het grondvlak te komen, moet je nog $\frac{2}{3}$ in die richting verder, dus nog $\frac{2}{3}$ naar voren en $\frac{2}{3}$ naar links. Je komt dan in: $(\frac{1}{3}, 1\frac{1}{3}, 0)$.

d Dan moet het lampje in vlak *AEG* liggen, dus op hoogte 6. (Noem het middelpunt van de bovenkant van de kubus *M*, dan ligt lijn *AM* in vlak *AEG* en snijdt de lijn *FC* op hoogte 6.)

36 a



b Het midden van *CD* noemen we *M*, dan moet je de hoek van lijn *EM* met het grondvlak hebben. *M* is (2,2,4), dus van *M* naar *E* ga je 2 omhoog, 2 naar achter en 2 naar links. De hoek is dus even groot als de hoek die een lichaamsdiagonaal van een kubus met het grondvlak maakt. Noem die hoek α, dan $\tan(\alpha) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, dus $\alpha \approx 35{,}2°$.

25.6 EXTRA OPGAVEN

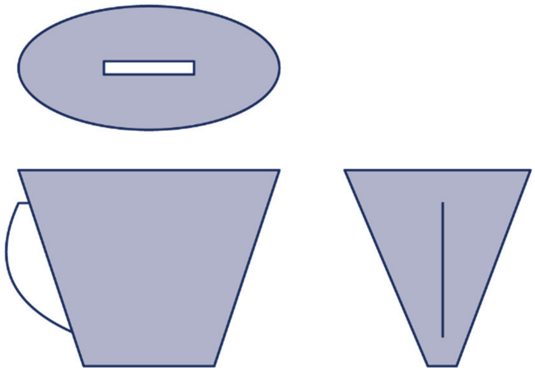
1 a

b Ja, dat is namelijk zo in elk van de drie aanzichten.

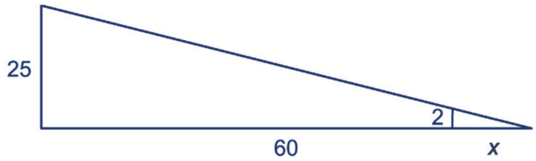
c In het bovenaanzicht.

d $\sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$, $\sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8}$,
$\sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18}$, $\sqrt{4^2+4^2} = \sqrt{32}$,
$\sqrt{5^2+5^2} = \sqrt{50}$

2



3 a



De speler staat 60 meter van de lichtmasten af.

$\frac{25}{2}x = 60 + x$

$25x = 120 + 2x$

$23x = 120$

$x \approx 5{,}22$ m

b AP = 40 m, dus

$\frac{25}{2}x = 40 + x$

$25x = 80 + 2x$

$23x = 80$

$x \approx 3{,}48$ m

BP = 60 m, dus

$\frac{25}{2}x = 60 + x$

$25x = 120 + 2x$

$23x = 120$

$x \approx 5{,}22$ m

CP = 80 m, dus

$\frac{25}{2}x = 80 + x$

$25x = 160 + 2x$

$23x = 160$

$x \approx 6{,}96$ m

DP = 67 m, dus

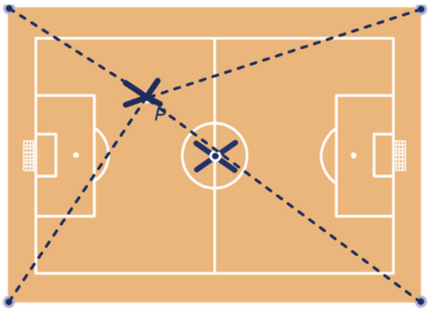
$\frac{25}{2}x = 67 + x$

$25x = 134 + 2x$

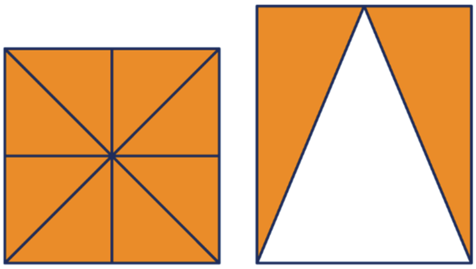
$23x = 134$

$x \approx 5{,}83$ m

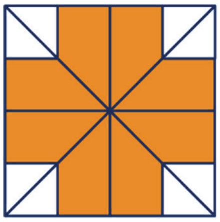
c



4 a

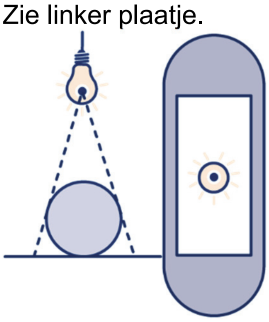


b



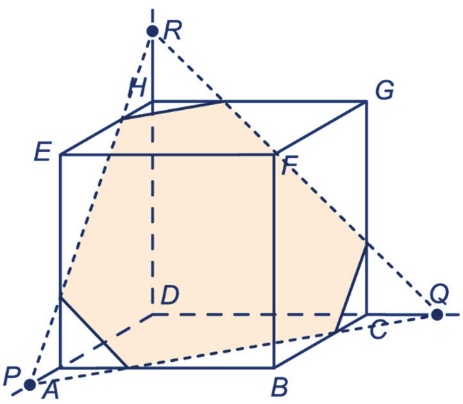
c Oppervlakte is $6 \cdot 6 - 4 \cdot 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2} = 27$ m^2.

5 a Zie linker plaatje.

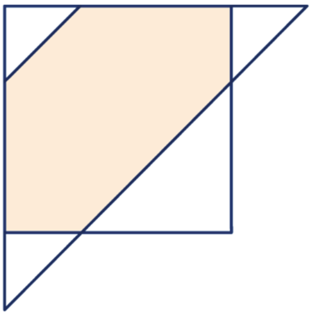


b Zie rechter plaatje antwoord **a**.

6 a



b

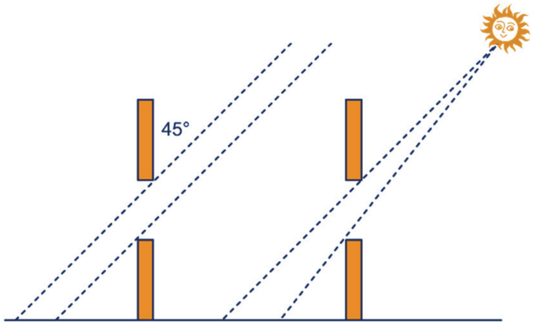


c Drie zijden met lengte $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ en drie zijden met lengte $\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}$ (of $2\sqrt{2}$).

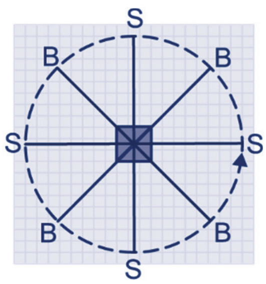
d 120°, want de drie driehoeken die van driehoek *PQR* ‘afgesneden’ worden zijn regelmatig.

7 a Ja, als de zonnestralen hoeken van 45° maken met de grond en met de plaat.

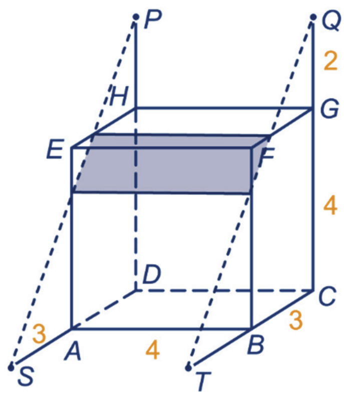
b Nee, de schaduw van de bovenkant is altijd breder dan de schaduw van de onderkant.



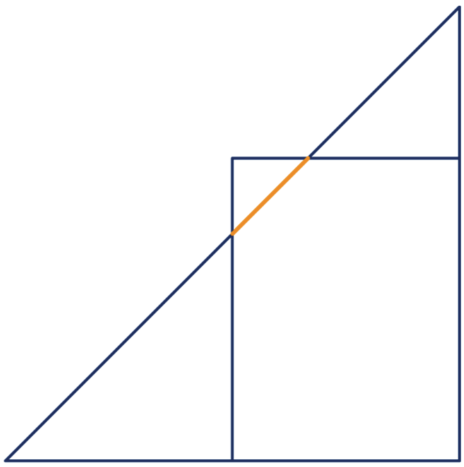
8



9 a

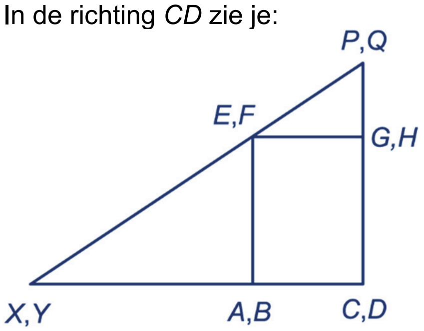


b



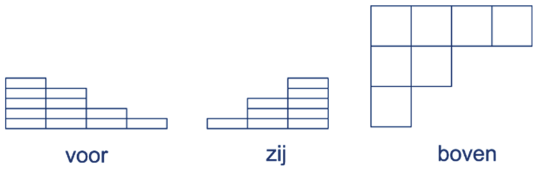
c De doorsnede is een rechthoek van $\sqrt{2}$ bij 4,
de oppervlakte is $4\sqrt{2}$ cm^2, dus 566 mm^2.

d In de richting *CD* zie je:

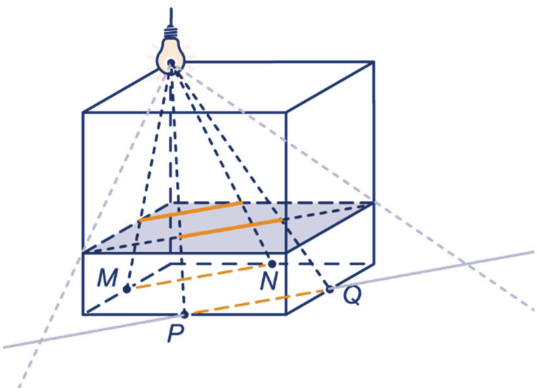


Uit gelijkvormigheid volgt:
$YB = 2 \cdot FG = 6$.

10



11 a



b $MN = PQ = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18}$ (of $3\sqrt{2}$) en de staven hebben lengte $\frac{2}{3}$ daarvan, dus:
$\frac{2}{3}\sqrt{18}$ (of $2\sqrt{2}$).