

+5 pt

# Zelftoets Continue dynamische processen wisk. D naam:



1. Een dennenboom groeit (in het begin) exponentieel met 10% per jaar. De hoogte van de boom (in meters) noemen we  $H$  en de tijd (in jaren)  $t$ .

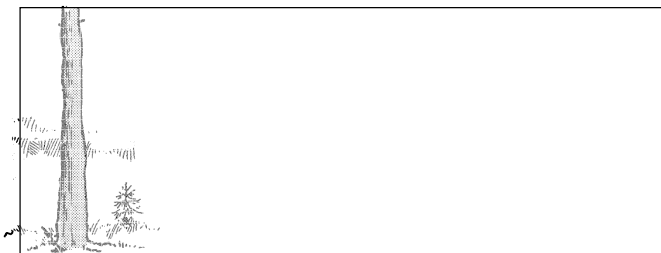


- 4pt a Stel de differentiaalvergelijking op die hoort bij exponentiële groei met 10% per jaar.

- 3pt b Geef de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking.

De boom blijft niet exponentieel doorgroeien: de maximale lengte die een dennenboom van die soort kan bereiken is 30 m.

- 5pt c Stel de differentiaalvergelijking op bij een geremde groei met een verzadigingsniveau van 30 m, waarbij de groei aan het begin nagenoeg exponentieel is met 10% per jaar. Geef een toelichting.



- 5pt d Iemand plant een dennenboom van 1 m lang. Geef de formule voor de hoogte van die boom na  $t$  jaar. Ga er vanuit dat de hoogtefunctie oplossing van de differentiaalvergelijking uit c is.

2. Gegeven is de differentiaalvergelijking  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{xy}$ . Voor een oplossingsfunctie  $f$  van de differentiaalvergelijking geldt:  $f(2) = 3$ .

- 10pt Benader  $f(1)$  met de GR met behulp van de methode van Euler. Neem stapgrootte 0,1. Beschrijf je werkwijze.

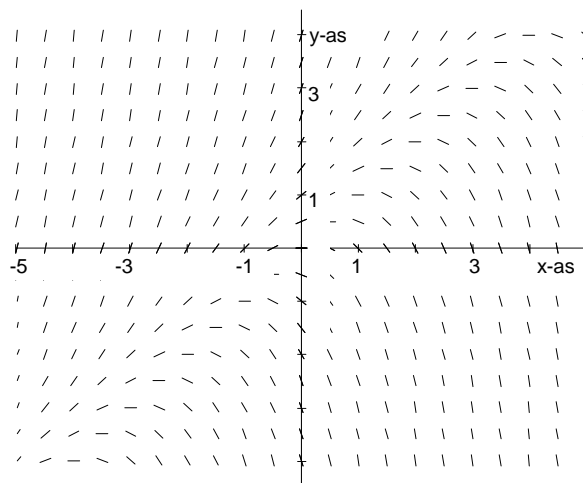
3. Hiernaast staat het lijnelementenveld bij de

differentiaalvergelijking  $\frac{dy}{dx} = y - x$ .

3pt **a** Schets de grafieken van enkele oplossingsfuncties van de differentiaalvergelijking in het lijnelementenveld.

Een lineaire oplossingsfunctie gaat door (0,1).

1pt **b** Schets ook de grafiek van deze functie in het lijnelementenveld (als je dat nog niet gedaan hebt).



1pt **c** Geef een vergelijking van de lineaire functie die je in **b** getekend hebt.

3pt **d** Controleer door substitutie dat de functie uit **c** oplossingsfunctie van de differentiaalvergelijking is.

Veronderstel dat de functie  $f$  oplossingsfunctie van de differentiaalvergelijking is. We maken hierbij de functie  $g$  als volgt:  $g(x) = f(x) - x - 1$ .

5pt **e** Laat zien dat  $g$  oplossingsfunctie van de differentiaalvergelijking  $\frac{dy}{dx} = y$  is.

5pt **f** Geef een formule van de oplossingsfunctie van de differentiaalvergelijking  $\frac{dy}{dx} = y - x$  die door (0,3) gaat. Licht je antwoord toe.  
Tip. Gebruik **e**.