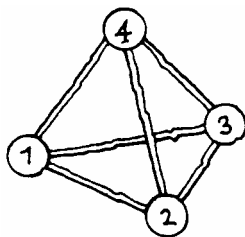


1. 1, 2, 3 en 4 zijn de hoekpunten van een driezijdige piramide. Elk punt is verbonden met elk ander punt. De verbindingsmatrix noemen we  $V$ .



$$V^2 = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$V^3 = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

- a. Bereken  $V^2$  en  $V^3$ .
- b. Maak de matrix  $V^7$  af (twee getallen zijn al gegeven) en bereken  $V^8$ . Doe dit zonder GR en leg uit hoe je de getallen in de matrices gevonden hebt.

$$V^7 = \begin{bmatrix} \cdot & 547 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 546 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$V^8 = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

- c. Tel de getallen in een rij in  $V$  op; ook in  $V^2$ ,  $V^3$ , in  $V^7$  en  $V^8$ .  
Wat valt je op? Verklaar dat.

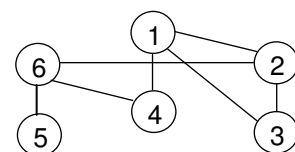
2. In de matrix hiernaast kun je aflezen welke van de personen 1 tot en met 5 commissaris is bij welk bedrijf A tot en met D.

	1	2	3	4	5
A	0	1	0	0	1
B	1	1	1	0	0
C	1	1	0	1	0
D	0	0	0	1	0

- A       B
- C       D

- a. Teken de graaf die aangeeft welke bedrijven eenzelfde commissaris hebben. De punten van de graaf zijn al voorgetekend.
- b. Teken daarnaast de graaf die aangeeft welke commissarissen aan eenzelfde bedrijf verbonden zijn.

3. Op een kantoor werken zes mensen. Wie met wie samenwerkt, kun je aflezen in de graaf hiernaast. Als een van de zes personen met een griepvirus is besmet, zijn degenen die met hem samenwerken de volgende dag ook besmet.



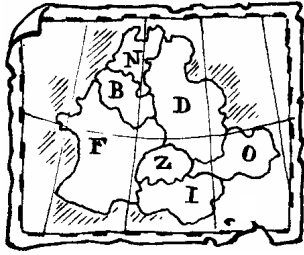
- a. Hoe lang duurt het hoogstens voordat het hele kantoor besmet is?

Voer in op je GR: de verbindingsmatrix onder [A] en de 6x6 eenheidsmatrix onder [B]. Neem als ANS [B] en type vervolgens: ANS\*[A] + [B], druk daarna steeds op ENTER.

- b. Schrijf het antwoord dat je na drie keer op ENTER drukken krijgt, met behulp van [A] en [B], zonder haakjes.

- c. Hoe kun je het antwoord op a. met je GR vinden door gebruik te maken van ANS\*[A] + [B] en ENTER?

4. Hiernaast zie je een kaart met zeven landen.



buurgraaf

verbindingsmatrix M

	N	B	D	F	Z	O	I
N	.	.	.	.	.	.	.
B	.	.	.	.	.	.	.
D	.	.	.	.	.	.	.
F	.	.	.	.	.	.	.
Z	.	.	.	.	.	.	.
O	.	.	.	.	.	.	.
I	.	.	.	.	.	.	.

a. Teken de bijbehorende "buurgraaf", waarin twee punten met elkaar verbonden worden als de landen aan elkaar grenzen.

b. Stel de bijbehorende verbindingsmatrix M op.

Een drielandenpunt is een plaats waar drie landen bij elkaar komen.

c. Hoe vind je *in de graaf* het aantal drielandenpunten ?

d. Staan er 0'en in  $M^2$  ? En in  $M^3$  ? Toelichten. Zonder GR.

Gegeven is de eerste rij van  $M^3$  : [ 2 5 7 3 4 2 4 ].  
 Familie de Vrij uit N. is tijdens haar vakantie zes keer een landsgrens gepasseerd, op de heen- en terugreis beide drie keer.

e. Op hoeveel manieren kan dat ? (Eén manier is bijvoorbeeld: N-D-Z-F-D-B-N.)  
 Zonder GR

5. Anne doet een serie worpen met een zuivere munt. Zij werpt net zo lang door, totdat ze drie keer achtereen Munt heeft gegooid. We letten er dus steeds op hoeveel M's er ononderbroken van achteren in de serie zijn. Voordat Anne begint zijn er 0 M's van achteren. Hiernaast staan twee voorbeelden. We gaan dit spel in een netwerk beschrijven:

- 0 = 0 M's van achteren
- 1 = 1 M van achteren
- 2 = 2 M's van achteren
- 3 = 3 M's van achteren (= einde)

**Voorbeeld 1**

Stel dat Anne werpt: MKMMM  
 start: 0 M's van achter  
 M: 1 M van achter  
 MK: 0 M's van achter  
 MKM: 1 M van achter  
 MKMM: 2 M's van achter  
 MKMMM: 3 M's van achter =  
 einde

**Voorbeeld 2**

Stel dat Anne werpt: KKKMMKMMM  
 start: 0 M's van achter  
 K: 0 M's van achter  
 KK: 0 M's van achter  
 KKK: 0 M's van achter  
 KKKM: 1 M van achter  
 KKKMM: 2 M's van achter  
 KKKMMK: 0 M's van achter  
 KKKMMKM: 1 M's van achter  
 KKKMMKMM: 2 M's van achter  
 KKKMMKMMM: 3 M's van achter =  
 einde

a. Maak hiernaast het netwerk; schrijf bij de pijlen de overgangskansen (lussen niet vergeten).



b. Stel de bijbehorende overgangsmatrix M op en bereken met de GR de matrix  $M^4$ .

c. Wat is de kans om in hoogstens vier worpen de gewenste serie van drie M's te presteren ?

d. Hoe ziet de matrix  $M^k$  er ongeveer uit als k heel groot is ? Toelichten.