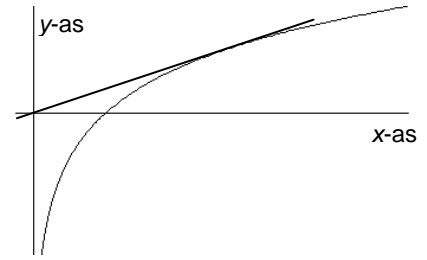


1 Raaklijn door de oorsprong

Er is een raaklijn aan de grafiek van $y = \ln x$ die door de oorsprong gaat. Noem de x -coördinaat van het raakpunt a .



a. Leg uit dat geldt: $\ln'(a) = \frac{\ln a}{a}$.

b. Bereken exact uit deze vergelijking welk getal a is.

2 Teken op de GR de grafiek van de functie $y = x^x$ ($x > 0$).

a. Leg uit dat $x^x = e^{x \cdot \ln x}$.

b. Bewijs dat $\frac{d}{dx} x^x = x^x \cdot (1 + \ln x)$

c. Bereken exact de minimale waarde die x^x kan aannemen.

3 Los de volgende vergelijkingen exact op:

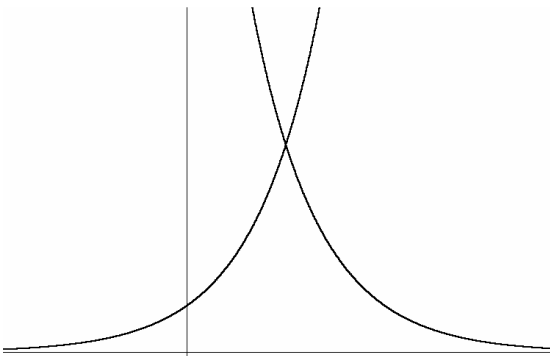
$2 \ln x + \ln 2 = 4$

$\ln x = -\ln x + 4$

Schrijf je antwoorden zo eenvoudig mogelijk.

4 Hieronder staan de grafieken van de functies $f(x) = e^x$ en $g(x) = e^{-x+3}$.

- a. Hoe ontstaat de grafiek van g uit die van $y = e^{-x}$ door verschuiven? En door vermenigvuldigen? Bewijs je antwoord.



De raaklijnen aan de beide grafieken in het snijpunt en de x -as sluiten een driehoek in.

- b. Bereken de oppervlakte van de driehoek.

Een horizontale lijn snijdt de grafieken in twee punten met afstand 6.

- c. Geef een vergelijking van die lijn. (Twee mogelijkheden!)

5 We bekijken alle mogelijke functies met een formule van de vorm $y = x^p \cdot \ln x$, waarbij p elk reëel getal mag zijn.

- a. Neem $p=3$ en toon aan dat het exacte minimum van de functie $-\frac{1}{3e}$ is.

Voor welke waarde van x wordt dit minimum bereikt?

- b. Bereken exact voor welke waarde van p het buigpunt van de grafiek x -coördinaat 1 heeft.

6 $f(x) = x + 3^{-x}$

- a. Teken de grafiek op de GR. Je ziet dat de grafiek voor grote x bijna een rechte lijn is. Verklaar dit uit de formule van $f(x)$.

- b. Toon aan dat ${}^3\log \ln 3$ de exacte waarde van x is, waarvoor het minimum van $f(x)$ bereikt wordt.