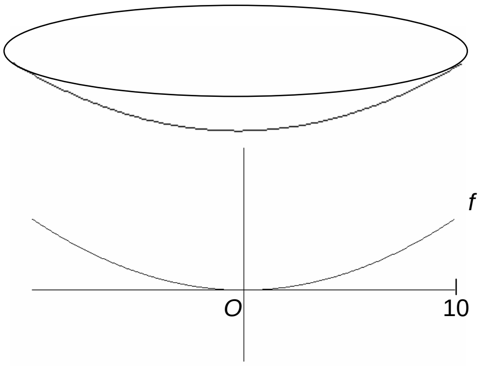
Zelftoets 8 – Integralen toepassen vwo b **datum:** **naam:**

1 Schotelantenne



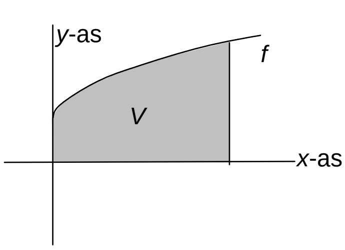
Een schotelantenne is een deel van een paraboloïde. (Een paraboloïde ontstaat door een parabool om zijn as te wentelen.)
De bovenrand van de schotelantenne heeft een straal van 10 dm.
We plaatsen de dwarsdoorsnede van de schotel in een assenstelsel met de decimeter als eenheid; zie de figuur hiernaast. De parabool heeft vergelijking $f(x) = 0{,}03 \cdot x^2$.

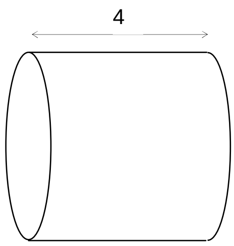
a. Bereken de exacte inhoud van de schotelantenne. Dat is de ruimte binnen de schotel, onder de cirkelrand.

De oppervlakte van de schotel kun je berekenen met de formule: $\int_0^{10} 2\pi x\sqrt{1+(f'(x))^2}\,\mathrm{d}x$.

b.
- Laat zien dat $y = c\cdot(1+0{,}0036x^2)^{1\frac{1}{2}}$ een primitieve functie is van de integrand, voor een zeker getal c. Welk getal is c?
- Geef een primitieve van de integrand en bereken daarmee de oppervlakte van de schotel, in dm^2 nauwkeurig.

2 $f(x) = 1+\sqrt{x}$





V is het vlakdeel dat wordt ingesloten door de grafiek van f, de x-as, de y-as en de lijn $x = 4$.
We wentelen V om de x-as.

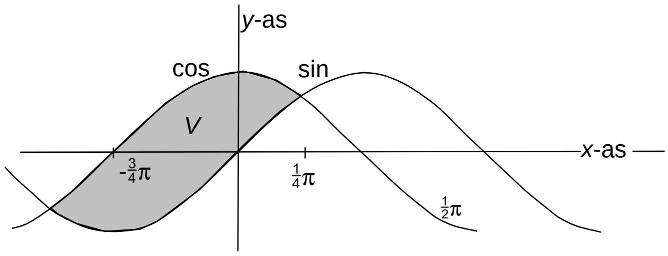
a. Bereken exact de inhoud van het omwentelingslichaam dat dan ontstaat.

Er is een cilinder die hoogte 4 heeft, met exact dezelfde inhoud als dit omwentelingslichaam.

b. Wat is de straal van deze cilinder? Geef een exacte berekening.

3 Tussen sin en cos

De grafieken van sin en cos sluiten tussen de punten met $x = -\frac{3}{4}\pi$ en $x = \frac{1}{4}\pi$ een vlakdeel V in.



a. Bereken de exacte oppervlakte van *V.*

Voor elke x tussen $-\frac{3}{4}\pi$ en $\frac{1}{4}\pi$ wordt gemeten hoe hoog V is, dat wil zeggen hoe lang het verticale lijnstuk is dat bij die x in V past.

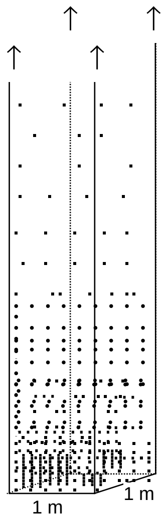
b. Bereken de gemiddelde waarde van deze hoogtes.

Op elke plek wordt gemeten hoe breed V is, dat wil zeggen hoe lang het horizontale lijnstuk is dat op die plek in V past.

c. Bereken de gemiddelde waarde van deze breedtes.

4 De lucht in

Hoe hoger je boven het aardoppervlak komt, des te ijler wordt de lucht. Dus weegt 1 m^3 lucht op grote hoogte (veel) minder dan 1 m^3 lucht bij het aardoppervlak. Het gewicht G (in kg) op hoogte h (m) van 1 m^3 lucht wordt gegeven door de formule: $G = 1{,}29 \cdot e^{-1{,}39 \cdot 10^{-4} \cdot h}$.
De dampkring is 10^6 m dik; nog hoger bevindt zich het zogenaamde luchtledige.



a. Bereken met een primitieve het totale gewicht van de luchtkolom met een horizontale doorsnede van 1 m^2

We willen het totale gewicht van de lucht in de aardatmosfeer berekenen. Anneke doet dat door het antwoord op vraag **a** te vermenigvuldigen met de oppervlakte van de aarde (die is $4\pi R^2$, waarbij de straal R van de aarde $6 \cdot 10^6$ m is).

b. Leg uit waarom Annekes methode fout is.

De hoeveelheid lucht in de schil van dikte Δh meter op hoogte h meter boven het aardoppervlak bedraagt: $4\pi(h + 6 \cdot 10^6)^2 \cdot 1{,}29 \cdot e^{-1{,}39 \cdot 10^{-4} \cdot h} \cdot \Delta h$ kg.

c. Benader met de GR het totale gewicht van de lucht in de dampkring. Schrijf duidelijk op hoe je daarbij te werk gaat